



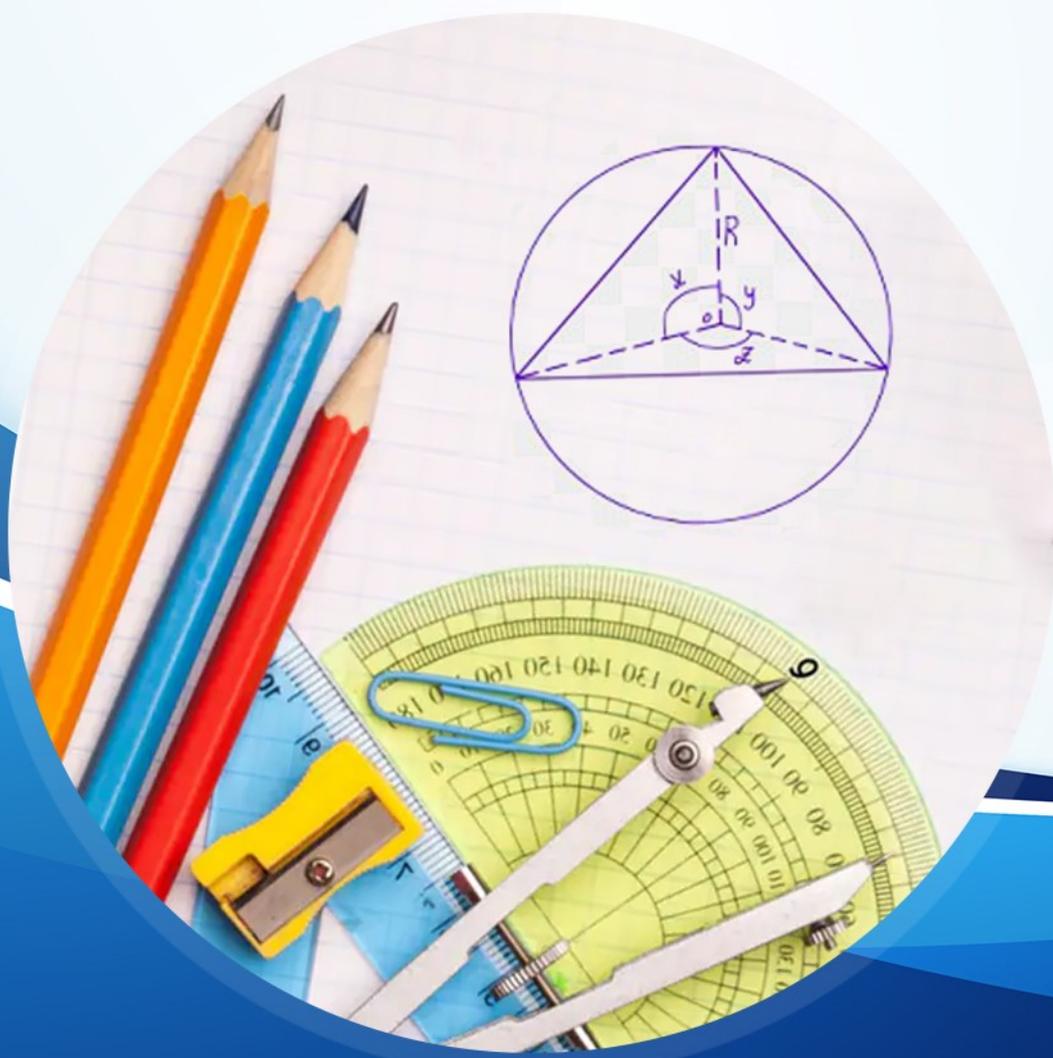
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT PHÙNG KHẮC KHOAN - ĐỒNG ĐÀ

CHUYÊN ĐỀ ÔN TẬP

TOÁN

10

TẬP MỘT



LƯU HÀNH NỘI BỘ - 2021

MỤC LỤC

KIẾN THỨC CHUẨN BỊ		9
1	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	9
2	BÀI TẬP TỰ LUẬN	10
PHẦN I Đại số		15
CHƯƠNG 1 MỆNH ĐỀ - TẬP HỢP		17
1	MỆNH ĐỀ	17
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	17
B	DẠNG BÀI TẬP	17
	Dạng 1. Nhận biết Mệnh đề, Mệnh đề chứa biến.	18
	Dạng 2. Xét tính đúng sai của mệnh đề.	18
	Dạng 3. Phủ định của một mệnh đề.	19
	Dạng 4. Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, hai mệnh đề tương đương.	20
	Dạng 5. Mệnh đề với kí hiệu \forall và \exists	20
C	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	21
2	TẬP HỢP	29
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	29
B	DẠNG BÀI TẬP	29
	Dạng 1. Tập hợp và phần tử của tập hợp	29
	Dạng 2. Tập hợp con - Hai tập hợp bằng nhau	30
C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	30
D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	31

3	CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP	35
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	35
B	DẠNG BÀI TẬP	36
	Dạng 1. Giao và hợp của hai tập hợp	36
	Dạng 2. Hiệu và phần bù của hai tập hợp	37
	Dạng 3. Toán thực tế ứng dụng của tập hợp	38
C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	39
D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	40
CHƯƠNG 2 HÀM SỐ BẬC NHẤT VÀ BẬC HAI		45
1	HÀM SỐ	45
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	45
B	DẠNG BÀI TẬP	45
	Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số.	45
	Dạng 2. Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.	46
	Dạng 3. Tính chẵn lẻ của hàm số	47
C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	47
D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	48
2	HÀM SỐ BẬC NHẤT	53
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	53
B	DẠNG BÀI TẬP	53
	Dạng 1. Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số	53
	Dạng 2. xác định hàm số bậc nhất	54
	Dạng 3. Đồ thị hàm số	55

Dạng 4. Bài toán tương giao	56
C BÀI TẬP TỰ LUẬN	57
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	58
3 HÀM SỐ BẬC HAI	62
A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	62
B DẠNG BÀI TẬP	62
Dạng 1. Bảng biến thiên, tính đơn điệu, Max, Min.	62
Dạng 2. Xác định hàm số bậc hai.	64
Dạng 3. Bài toán tương giao.	64
C BÀI TẬP TỰ LUẬN	65
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	66
CHƯƠNG 3 PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH	73
1 ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH	73
A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	73
B DẠNG BÀI TẬP	73
Dạng 1. Tìm điều kiện của phương trình	73
Dạng 2. Giải phương trình bằng cách biến đổi tương đương, hệ quả	74
C BÀI TẬP TỰ LUẬN	75
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	76
2 PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH	79
A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	79
B DẠNG BÀI TẬP	80
Dạng 1. Phương trình tích	80

Dạng 2. Phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối	80
Dạng 3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu	81
Dạng 4. Phương trình chứa ẩn dưới dấu căn	82
Dạng 5. Định lí viet và ứng dụng	82
Dạng 6. Giải và biện luận phương trình	83
Dạng 7. Giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn	84
Dạng 8. Giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn	85
Dạng 9. Giải hệ phương trình bậc cao	86
Dạng 10. Toán thực tế giải phương trình, hệ phương trình	87
C BÀI TẬP TỰ LUẬN	87
D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	89

PHẦN II Hình học

105

CHƯƠNG 1 VECTO - TỌA ĐỘ

107

1 VECTO

107

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

107

B DẠNG BÀI TẬP

107

Dạng 1. Xác định vectơ

107

Dạng 2. Sự cùng phương và hướng của hai véc-tơ

108

Dạng 3. Hai vectơ bằng nhau - Độ dài vectơ

109

C BÀI TẬP TỰ LUẬN

112

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

113

2 TỔNG HIỆU CÁC VECTO

119

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

119

B	DẠNG BÀI TẬP	119
	Dạng 1. Tổng, hiệu vec tơ	119
	Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vec tơ	120
	Dạng 3. Tính độ dài vec tơ	122
C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	123
D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	124
3	TÍCH VECTO VỚI MỘT SỐ	129
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	129
B	DẠNG BÀI TẬP	129
	Dạng 1. Phân tích một vecto theo hai vecto không cùng phương	129
	Dạng 2. Chứng minh 3 điểm thẳng hàng	130
	Dạng 3. Tập hợp điểm	131
C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	131
D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	132
4	HỆ TRỤC TỌA ĐỘ	136
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	136
B	DẠNG BÀI TẬP	136
	Dạng 1. Tìm tọa độ của một điểm và độ dài đại số của một véc-tơ trên trục	137
	Dạng 2. Xác định tọa độ của véc-tơ và của một điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy	137
	Dạng 3. Phân tích một véc-tơ theo hai véc-tơ không cùng phương	138
	Dạng 4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, hai đường thẳng song song	139
C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	139
D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	141

CHƯƠNG 2	TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ ỨNG DỤNG	147
1	GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC BẤT KÌ	147
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	147
B	DẠNG BÀI TẬP	147
	Dạng 1. Xét dấu của các giá trị lượng giác	147
	Dạng 2. Tính các giá trị lượng giác	148
	Dạng 3. Chứng minh, rút gọn các biểu thức lượng giác	148
	Dạng 4. Xác định góc giữa hai véc-tơ, góc giữa hai đường thẳng	149
C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	149
D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	150
2	TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO	154
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	154
B	DẠNG BÀI TẬP	154
	Dạng 1. Tính tích vô hướng của hai véc-tơ	155
	Dạng 2. Chứng minh đẳng thức về tích vô hướng hoặc độ dài	155
	Dạng 3. Các bài toán tập hợp điểm	157
C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	158
D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	159
3	HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC	164
A	KIẾN THỨC TRỌNG TÂM	164
B	DẠNG BÀI TẬP	164
	Dạng 1. Tính toán các đại lượng trong tam giác	164
	Dạng 2. Chứng minh các hệ thức	165
	Dạng 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế	165

C	BÀI TẬP TỰ LUẬN	166
---	-----------------	-----

D	BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM	167
---	---------------------	-----

ÔN TẬP HỌC KÌ I		175
------------------------	--	------------

1	ĐỀ SỐ 1	175
---	---------	-----

2	ĐỀ SỐ 2	180
---	---------	-----

3	ĐỀ SỐ 3	185
---	---------	-----

KIẾN THỨC CHUẨN BỊ

1 KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Căn thức

- Điều kiện để căn thức có nghĩa: \sqrt{A} có nghĩa khi $A \geq 0$.
- Các công thức biến đổi căn thức

1. $\sqrt{A^2} = |A|$.

2. $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}, (A \geq 0; B \geq 0)$.

3. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}, (A \geq 0; B > 0)$.

4. $\sqrt{A^2B} = |A| \sqrt{B}, (B \geq 0)$.

5. $A\sqrt{B} = \sqrt{A^2B}, (A \geq 0; B \geq 0)$.

6. $A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2B}, (A < 0; B \geq 0)$.

7. $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}, (B > 0)$.

8. $\frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A \mp B})}{A - B^2}, (A \geq 0; A \neq B^2)$.

9. $\frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A \mp \sqrt{B}})}{A - B}, (A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$.

- 7 hằng đẳng thức đáng nhớ

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

3. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

4. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.

5. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

6. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$.

7. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

2. Hàm số bậc nhất $y = ax + b, (a \neq 0)$

- Tính chất

— Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi $a > 0$.

— Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} khi $a < 0$.

- Hàm số có đồ thị là một đường thẳng đi qua điểm $A(0; b)$ và $B\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$

- Vị trí tương đối của hai đường thẳng: Xét đường thẳng $d: y = ax + b$ và $d': y = a'x + b'$. Khi đó:

— d và d' cắt nhau khi và chỉ khi $a \neq a'$.

— $d \parallel d'$ khi và chỉ khi $a = a'$ và $b \neq b'$.

— $d \equiv d'$ khi và chỉ khi $a = a'$ và $b = b'$.

3. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

- Hệ phương trình có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$.
- Hệ phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$.
- Hệ phương trình có vô số nghiệm $\Leftrightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$.

4. Phương trình bậc hai một ẩn: $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ (1)

Công thức nghiệm: $\Delta = b^2 - 4ac$ hoặc $\Delta' = b'^2 - ac$ với $b = 2b'$.

- Nếu $\Delta > 0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

- Nếu $\Delta = 0$, phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

- Nếu $\Delta < 0$, phương trình vô nghiệm.

Định lí (viet): Nếu $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình bậc hai (1) thì
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Hệ quả:

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình (1) CÓ 2 nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}$.
- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình (1) CÓ 2 nghiệm $x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a}$.

5. Hàm số $y = ax^2 (a \neq 0)$.

- Nếu $a > 0$, hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$. Đồ thị là một đường cong parabol đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nằm phía trên trục hoành.
- Nếu $a < 0$, hàm số nghịch biến khi $x > 0$ và đồng biến khi $x < 0$. Đồ thị là một đường cong parabol đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nằm phía dưới trục hoành.

***, Ví trí tương đối của đường thẳng $d: y = ax + b$ và đường cong parabol $y = ax^2$**

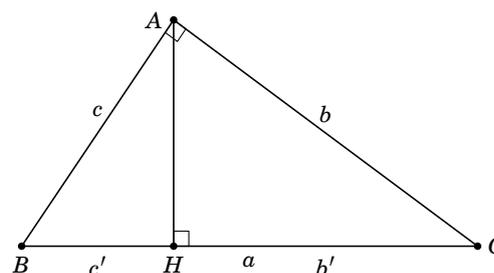
- d và P cắt nhau tại hai điểm, khi phương trình hoành độ giao điểm giữa đường thẳng và đường cong có hai nghiệm phân biệt.
- d tiếp xúc với P tại một điểm, khi phương trình hoành độ giao điểm giữa đường thẳng và đường cong có nghiệm kép.
- d không cắt P , khi phương trình hoành độ giao điểm giữa đường thẳng và đường cong vô nghiệm

6. Hệ thức lượng trong tam giác vuông.

Khi giải các bài toán liên quan đến cạnh và đường cao trong tam giác vuông, ngoài việc nắm vững các kiến thức về định lý Talet, về các trường hợp đồng dạng của tam giác.

Tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH , ta có:

- $a^2 = b^2 + c^2$.
- $b^2 = a \cdot b'; c^2 = a \cdot c'$
- $h^2 = b' \cdot c'$
- $a \cdot h = b \cdot c$.
- $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$.
- $\frac{b'}{a} = \frac{b^2}{a^2}$.



Chú ý: Diện tích tam giác vuông: $S = \frac{1}{2} b \cdot c$

7. Đường tròn và góc với đường tròn - Hình trụ, hình nón, hình cầu.

2 BÀI TẬP TỰ LUẬN

BÀI TẬP SỐ 1: RÚT GỌN BIỂU THỨC

➤ **Câu 1.** Cho biểu thức $A = \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$ và $B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{3}{\sqrt{x}+2} - \frac{x-5\sqrt{x}+2}{4-x}$ với $x \geq 0; x \neq 4$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 36$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $M = A \cdot B$ với $x > 4$.

➤ **Câu 2.** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}$ và $B = \left(\frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}}{x-1} \right) : \frac{x-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0; x \neq 1$.

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = \frac{9}{4}$.
- Rút gọn biểu thức B .
- Tìm số tự nhiên x để biểu thức $P = A \cdot B$ có giá trị lớn nhất.

⇒ **Câu 3.** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ và $B = \frac{x+2}{x\sqrt{x}+1} + \frac{\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}+1}$ với $x \geq 0$.

a. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

b. Chứng minh $B = \frac{\sqrt{x}+1}{x-\sqrt{x}+1}$.

c. Tìm giá trị của x để $A \cdot B < \frac{1}{2}$.

⇒ **Câu 4.** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+2}$ và $B = \frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}+1} - \frac{5}{1-\sqrt{x}} + \frac{4}{x-1}$ với $x \geq 0, x \neq 1$.

a. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 16$.

b. Rút gọn biểu thức B .

c. Tìm các số hữu tỉ x để $P = A \cdot B$ có giá trị nguyên.

⇒ **Câu 5.** Cho biểu thức $A = \frac{x+3}{\sqrt{x}+3}$ và $B = \left(\frac{x+3\sqrt{x}-2}{x-9} - \frac{1}{\sqrt{x}+3} \right) : \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-3}$ với $x \geq 0, x \neq 9$.

a. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 25$.

b. Rút gọn biểu thức B .

c. Cho $P = \frac{A}{B}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của P .

⇒ **Câu 6.** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-3}$ và $B = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+3} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) : \frac{\sqrt{x}-2}{x+3\sqrt{x}}$ với $x > 0, x \neq 9$.

a. Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 49$.

b. Rút gọn biểu thức B .

c. Cho $P = A \cdot B$. Tìm tất cả các giá trị của x để $P = |P|$.

BÀI TẬP SỐ 2: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

⇒ **Câu 1.** Giải các phương trình sau:

a.
$$\begin{cases} \frac{1}{2|x|-3} - 2\sqrt{y+1} = 1 \\ \frac{2}{2|x|-3} + \sqrt{y+1} = 7 \end{cases}$$

b.
$$\begin{cases} \frac{1}{x+y} + \sqrt{y+2} = 3 \\ \frac{2}{x+y} + 1 = 5\sqrt{y+2} \end{cases}$$

c.
$$\begin{cases} |x-4| - \frac{5}{2y} = 4 \\ \sqrt{x^2-8x+16} = 5 + \frac{2}{y} \end{cases}$$

d.
$$\begin{cases} \sqrt{x+2} - 3y = 3 \\ 5\sqrt{x+2} = \frac{71}{3} + 2y \end{cases}$$

e.
$$\begin{cases} \sqrt{x^2-6x+9} + \frac{5}{2}(y+6) = \frac{3}{2} \\ |x-3| - 2y = 12 \end{cases}$$

f.
$$\begin{cases} 5|x-1| - 3|y+2| = 7 \\ 2\sqrt{4x^2-8x+4} + 5\sqrt{y^2+4y+4} = 13 \end{cases}$$

⇒ **Câu 2.** Giải các phương trình sau:

a.
$$\frac{2x-5}{x-1} = \frac{3x}{x-2}$$

c.
$$\sqrt{x^2+x+1} = 3-x$$

e.
$$x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0$$

b.
$$\frac{4x}{x+2} = \frac{x+1}{x-2}$$

d.
$$x^2 - 3x + 2 = (1-x)\sqrt{3x-2}$$

f.
$$\frac{x}{x+1} - 10\frac{x+1}{x} = 3$$

BÀI TẬP SỐ 3: ĐỊNH LÍ VIET

☞ **Câu 1.** Cho phương trình: $x^2 - (m + 1)x + m - 2 = 0$ (với m là tham số)

- Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .
- Tìm các số nguyên m để phương trình có nghiệm nguyên.

☞ **Câu 2.** Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - m$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- Với $m = -4$, tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) .
- Tìm giá trị của m sao cho đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}} + \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} = 5$.

☞ **Câu 3.** Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m - 1)x + m^2 + 1$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy

- Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt nằm về hai phía của trục tung.
- Tìm giá trị của m sao cho đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1| + |x_2| = 2\sqrt{2}$.

☞ **Câu 4.** Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx - 2m + 1$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- Chứng minh (d) và (P) luôn có điểm chung.
- Tìm giá trị của m sao cho đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 = x_2 - 4$.

☞ **Câu 5.** Cho parabol $(P): y = 2x^2$ và đường thẳng $(d): y = (m + 3)x - m$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- Xác định tọa độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi $m = -2, 5$.
- Tìm giá trị của m sao cho đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho $A = |x_1 - x_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

☞ **Câu 6.** Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2mx - m^2 + 4$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- Xác định tọa độ các giao điểm của đường thẳng (d) và parabol (P) khi $m = 1$.
- Tìm giá trị của m sao cho đường thẳng (d) và parabol (P) cắt nhau tại 2 điểm có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 + 2x_2 = 3$.

☞ **Câu 7.** Cho parabol $(P): y = \frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = mx + 2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy .

- Chứng minh (d) và (P) luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, B .
- Gọi giao điểm của đường thẳng (d) và trục tung là C . Gọi D và E là hình chiếu của A và B trên trục hoành. Tìm m để diện tích tam giác CDE bằng 4.

☞ **Câu 8.** Cho phương trình: $x^2 - (m + 4)x + 4m = 0$ (với m là tham số)

- Chứng minh phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi m .
- Tìm các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1^2 + (m + 4)x_2 = 16$.

BÀI TẬP SỐ 4: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG

☞ **Câu 1.** Cho tam giác ABC vuông tại A , đường cao AH . Biết $AB : AC = 3 : 4$ và $AB + AC = 21$ cm.

- Tính độ dài các cạnh của tam giác ABC .

b. Tính độ dài AH, BH, CH

⇒ **Câu 2.** Cho tam giác cân ABC có đáy $BC = 2a$, cạnh bên bằng b , ($b > a$).

a. Tính diện tích tam giác ABC .

b. Dựng $BK \perp AC$. Tính tỉ số $\frac{AK}{AC}$

⇒ **Câu 3.** Cho tam giác ABC có $AB = 16$, $AC = 14$ và $\hat{B} = 60^\circ$.

a. Tính độ dài BC .

b. Tính diện tích tam giác ABC .

PHẦN



ĐẠI SỐ

CHỦ ĐỀ 1. MỆNH ĐỀ

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Mệnh đề

- Mệnh đề là một câu khẳng định đúng hoặc một câu khẳng định sai.
- Một mệnh đề không thể vừa đúng, vừa sai.

2. Mệnh đề phủ định: Cho mệnh đề P

- Mệnh đề "không phải P " được gọi là mệnh đề phủ định của P và kí hiệu là \bar{P} .
- Nếu P đúng thì \bar{P} sai, nếu P sai thì \bar{P} đúng.

3. Mệnh đề kéo theo: Cho mệnh đề P và Q

- Mệnh đề "Nếu P thì Q " được gọi là mệnh đề kéo theo và kí hiệu $P \Rightarrow Q$, (P suy ra Q).
- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.

Nhận xét: Các định lí toán học thường có dạng $P \Rightarrow Q$. Khi đó:

- P là giả thiết, Q là kết luận.
- P là điều kiện đủ để có Q .
- Q là điều kiện cần để có P .

4. Mệnh đề đảo

- Cho mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

5. Mệnh đề tương đương: Cho mệnh đề P và Q

- Mệnh đề " P nếu và chỉ nếu Q " được gọi là mệnh đề tương đương và kí hiệu là $P \Leftrightarrow Q$.
- Mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ đúng khi và chỉ khi cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng.

Nhận xét: Nếu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là một định lí thì ta nói P là điều kiện cần và đủ để có Q .

6. Mệnh đề chứa biến: Mệnh đề chứa biến là một câu khẳng định chứa biến nhận giá trị trong một tập X nào đó mà với mỗi giá trị của biến thuộc X ta được một mệnh đề.

7. Kí hiệu \forall và \exists : Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$. Khi đó

- "Với mọi x thuộc X để $P(x)$ đúng" được kí hiệu là: " $\forall x \in X, P(x)$ " hoặc " $\forall x \in X : P(x)$ ".
- "Tồn tại x thuộc X để $P(x)$ đúng" được kí hiệu là: " $\exists x \in X, P(x)$ " hoặc " $\exists x \in X : P(x)$ ".
- Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " là " $\exists x \in X, \overline{P(x)}$ ".
- Mệnh đề phủ định của mệnh đề " $\exists x \in X, P(x)$ " là " $\forall x \in X, \overline{P(x)}$ ".

8. Phép chứng minh phản chứng

B DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Nhận biết Mệnh đề, Mệnh đề chứa biến.

Ví dụ 1. Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề, câu nào là mệnh đề chứa biến? Nếu là mệnh đề thì chỉ tính ĐÚNG, SAI của mệnh đề đó.

- a. $3+4=5$.
 b. $\sqrt{5}$ là 1 số vô tỷ.
 c. $4x + 3 < 2x - 1$.
 d. Hôm nay trời mưa !
 e. Hà nội là thủ đô của nước Việt Nam.

Phân tích hướng dẫn giải

- Mệnh đề là một câu khẳng định đúng hoặc một câu khẳng định sai.
- Một mệnh đề không thể vừa đúng, vừa sai.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

- a. Là mệnh đề. Sai
 b. Là mệnh đề. Đúng.
 c. Là mệnh đề chứa biến.
 d. Không phải là mệnh đề.
 e. Là mệnh đề. Đúng.

Dạng 2. Xét tính đúng sai của mệnh đề.

Ví dụ 2. Xét tính ĐÚNG,SAI của mỗi mệnh đề sau và phát biểu mệnh đề phủ định của nó.

- a. 1637 chia hết cho 5.
 b. $|-235| \leq 0$.
 c. $\pi < 3,15$.
 d. $\frac{3}{2}$ là một số nguyên.
 e. 2 là số nguyên tố nhỏ nhất.

Phân tích hướng dẫn giải

- Mệnh đề "không phải P " được gọi là mệnh đề phủ định của P và kí hiệu là \bar{P} .
- Nếu P đúng thì \bar{P} sai, nếu P sai thì \bar{P} đúng.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

- a. Mệnh đề sai. 1637 không chia hết cho 5
 b. Sai. $|-235| > 0$
 c. Đúng. $\pi \geq 3,15$.
 d. Sai. $\frac{3}{2}$ không phải là 1 số nguyên.
 e. Đúng. 2 không phải là số nguyên tố nhỏ nhất.

📁 Dạng 3. Phủ định của một mệnh đề.

Ví dụ 3. Phát biểu mệnh đề đảo của mệnh đề sau và xét tính ĐÚNG,SAI mệnh đề đảo.

- Nếu một số chia hết cho 6 thì số đó chia hết cho 3.
- Nếu hình thoi $ABCD$ thì hai đường chéo vuông góc với nhau.
- Nếu một số chia hết cho 2 thì số đó là số chẵn.
- Nếu $AB = BC = CA$ thì ABC là tam giác đều.

Phân tích hướng dẫn giải

Mệnh đề "Nếu P thì Q " được gọi là mệnh đề kéo theo và kí hiệu $P \Rightarrow Q$, (P suy ra Q).

- Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai khi P đúng và Q sai.

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

- Nếu một số chia hết cho 3 thì số đó chia hết cho 6. Sai
- Nếu tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo vuông góc với nhau thì tứ giác đó là hình thoi. Sai
- Nếu một số là chẵn thì số đó chia hết cho 2. Đúng
- Nếu ABC là tam giác đều thì $AB = BC = AC$

Ví dụ 4. Cho số thực x . Xét mệnh đề P : " x là một số nguyên", Q : " $x + 2$ là một số nguyên". Phát biểu mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và mệnh đề đảo của nó. Xét tính ĐÚNG,SAI của cả hai mệnh đề này?

Phân tích hướng dẫn giải

Cho mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$.

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

$P \Rightarrow Q$: "Nếu x là một số nguyên thì $x + 2$ là một số nguyên". Đúng $Q \Rightarrow P$: "Nếu $x + 2$ là một số nguyên thì x là một số nguyên". Đúng

Ví dụ 5. Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính ĐÚNG,SAI của nó.

- $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$.
- $\exists x \in \mathbb{Z} : x^2 + 2x + 5 = 0$.
- $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 < n$.
- $\forall x \in \mathbb{Q} : 3x \neq x^2 + 2$.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

- $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$. Sai.
- $\forall x \in \mathbb{Z} : x^2 + 2x + 5 \neq 0$. Đúng.
- $\forall n \in \mathbb{N} : n^2 \geq n$. Đúng.
- $\exists x \in \mathbb{Q} : 3x = x^2 + 2$. Đúng.

📁 Dạng 4. Mệnh đề kéo theo, mệnh đề đảo, hai mệnh đề tương đương.

Ví dụ 6. Phát biểu mỗi mệnh đề sau, bằng cách sử dụng khái niệm “điều kiện cần và đủ”

- Một số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và ngược lại.
- Một hình bình hành có các đường chéo vuông góc là một hình thoi và ngược lại.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

- Điều kiện cần và đủ để một hình bình hành là hình thoi là hai đường chéo của nó vuông góc với nhau.
- Điều kiện cần và đủ để một số chia hết cho 9 là tổng các chữ số của nó chia hết cho 9.

Ví dụ 7. Cho tam giác ABC và tứ giác $ABCD$. Phát biểu một điều kiện cần và đủ để:

- ABC là tam giác đều?
- $ABCD$ là một hình chữ nhật?

Phân tích hướng dẫn giải

Nếu mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ là một định lí thì ta nói P là điều kiện cần và đủ để có Q .

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

- Tam giác ABC đều khi và chỉ khi có 3 cạnh bằng nhau.
- $ABCD$ là hình chữ nhật khi và chỉ khi $ABCD$ là hình bình hành và có 1 góc vuông

📁 Dạng 5. Mệnh đề với kí hiệu \forall và \exists

Ví dụ 8. Dùng kí hiệu \forall và \exists để viết các mệnh đề sau:

- Có một số nguyên không chia hết cho chính nó.
- Có một số hữu tỷ nhỏ hơn nghịch đảo của nó.
- Mọi số thực cộng với 0 đều bằng chính nó.
- Mọi số tự nhiên đều lớn hơn số đối của nó.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

- $\exists n \in \mathbb{Z} : n \nmid n$.
- $\forall x \in \mathbb{R} : x + 0 = x$.
- $\exists x \in \mathbb{Q} : x < \frac{1}{x}$.
- $\forall n \in \mathbb{N} : n > -n$.

Ví dụ 9. Phát biểu thành lời mỗi mệnh đề sau và xét tính ĐÚNG,SAI của nó.

a. $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \leq 0$.

b. $\exists n \in \mathbb{Z} : n < n^2$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

- a. Bình phương của mọi số thực đều nhỏ hơn bằng bằng 0. Sai
 b. Tồn tại một số nguyên n nhỏ hơn bình phương của nó. Đúng

C BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

⇒ **Câu 1.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

- (A) Hôm nay là thứ mấy? (B) Các bạn hãy học đi!
 (C) Việt Nam là một nước thuộc Châu Á. (D) An học lớp mấy?.

⇒ **Câu 2.** Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề?

- (A) 10 là số chính phương. (B) $a + b = c$.
 (C) $x^2 - x = 0$. (D) $2n + 1$ chia hết cho 3.

⇒ **Câu 3.** Cho mệnh đề: A = “8 không chia hết cho 2”; B = “ $\sqrt{3} > 1$ ”. Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG ?

- (A) A = “8 chia hết cho 2”, A sai, \bar{A} đúng. \bar{B} = “ $\sqrt{3} \leq 1$ ”, B sai, \bar{B} đúng.
 (B) \bar{A} = “2 không chia hết cho 8”, A sai, \bar{A} sai. \bar{B} = “ $\sqrt{3} \geq 1$ ”, B đúng, \bar{B} đúng.
 (C) \bar{A} = “8 chia hết cho 2”, A sai, \bar{A} đúng. \bar{B} = “ $\sqrt{3} \leq 1$ ”, B đúng, \bar{B} sai.
 (D) \bar{A} = “8 chia hết cho 2”, A sai, \bar{A} đúng. \bar{B} = “ $\sqrt{3} = 1$ ”, B đúng, \bar{B} sai.

⇒ **Câu 4.** Giả sử ABC là một tam giác đã cho. Lập mệnh đề $P \Leftrightarrow Q$ và xét tính ĐÚNG,SAI của mệnh đề này. P = “Góc A bằng 90° ” Q = “ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ”.

- (A) $P \Leftrightarrow Q$ = “Góc A bằng 90° khi và chỉ khi $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ” là mệnh đề đúng.
 (B) $P \Leftrightarrow Q$ = “ $\hat{A} = 90^\circ$ khi và chỉ khi $BC^2 + AB^2 + AC^2$ ” là mệnh đề đúng.
 (C) $P \Leftrightarrow Q$ = “Nếu $\hat{A} = 90^\circ$ thì $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ” là mệnh đề đúng.
 (D) $P \Leftrightarrow Q$ = “ $BC^2 = AB^2 + AC^2$ thì góc A bằng 90° ” là mệnh đề sai.

⇒ **Câu 5.** Cho 4 mệnh đề sau: A = “ $2 < 3$ ”; B = “ $-6 < -9$ ”; C = “ $\sqrt{3} = 1,7$ ”; D = “ $\pi = 3,14$ ”. Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG ?

- (A) $A \Rightarrow B$ = “Nếu $2 < 3$ thì $-6 < -9$ ”. $C \Rightarrow D$ = “Nếu $\sqrt{3} = 1,7$ thì $\pi = 3,14$ ”.
 (B) $A \Rightarrow B$ = “Nếu $2 < 3$ thì $-6 < -9$ ”. $C \Rightarrow D$ = “Nếu $\pi = 3,14$ thì $\sqrt{3} = 1,7$ ”.
 (C) $A \Rightarrow B$ = “Nếu $-6 < -9$ thì $2 < 3$ ”. $C \Rightarrow D$ = “Nếu $\sqrt{3} = 1,7$ thì $\pi = 3,14$ ”.
 (D) $A \Rightarrow B$ = “Nếu $-6 < -9$ thì $2 < 3$ ”. $C \Rightarrow D$ = “Nếu $\pi = 3,14$ thì $\sqrt{3} = 1,7$ ”.

⇒ **Câu 6.** Xét tính ĐÚNG,SAI của các mệnh đề sau: P = “ $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = -4$ ”; Q = “ $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x + 1 \neq 0$ ”; R = “ $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$ ”.

- (A) P sai, Q sai, R đúng. (B) P sai, Q đúng, R sai.
 (C) P sai, Q đúng, R đúng. (D) P đúng, Q đúng, R sai.

⇒ **Câu 7.** Mệnh đề phủ định của mệnh đề: P = “ $\forall x \in \mathbb{R} : x + 0 = x$ ”; Q = “ $\exists x \in \mathbb{R} : x.x = 1$ ” là:

- (A) \bar{P} = “ $\forall x \in \mathbb{R} : x + 0 \neq x$ ”, \bar{Q} = “ $\forall x \in \mathbb{R} : x.x \neq 1$ ”. (B) \bar{P} = “ $\exists x \in \mathbb{R} : x + 0 \neq x$ ”, \bar{Q} = “ $\forall x \in \mathbb{R} : x.x \neq 1$ ”.
 (C) \bar{P} = “ $\exists x \in \mathbb{R} : x + 0 = x$ ”, \bar{Q} = “ $\forall x \in \mathbb{R} : x.x \neq 1$ ”. (D) \bar{P} = “ $\exists x \in \mathbb{R} : x + 0 = x$ ”, \bar{Q} = “ $\forall x \in \mathbb{R} : x.x = 1$ ”.

☞ **Câu 8.** Mệnh đề “ $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 = 4$ ” khẳng định rằng:

- (A) Bình phương của mỗi số thực bằng 4 .
 (B) Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 4 .
 (C) Chỉ có một số thực bình phương bằng 4 .
 (D) Nếu x là một số thực $x^2 = 4$.

☞ **Câu 9.** Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P = “\forall x \in \mathbb{N} : x^2 + x - 1 > 0”$ là:

- (A) $\bar{P} = “\exists x \in \mathbb{N} ; x^2 + x - 1 > 0”$. (B) $\bar{P} = “\forall x \in \mathbb{N} ; x^2 + x - 1 < 0”$.
 (C) $\bar{P} = “\exists x \in \mathbb{N} ; x^2 + x - 1 \leq 0”$. (D) $\bar{P} = “\forall x \in \mathbb{N} ; x^2 + x - 1 > 0”$.

☞ **Câu 10.** Trong các câu sau câu nào không phải là một mệnh đề?

- (A) $x > 2$. (B) $1 + 2 = 2$. (C) $2 < 1$. (D) $3 - 2\sqrt{2} = 0$.

☞ **Câu 11.** Mệnh đề nào sau đây là SAI ?

- (A) Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì hai tam giác đó bằng nhau .
 (B) Một số chia hết cho 2 và chia hết cho 3 thì nó chia hết cho 6 .
 (C) Hai tam giác bằng nhau thì hai trung tuyến tương ứng bằng nhau.
 (D) Hai tam giác cân có một góc 60° nếu và chỉ nếu hai tam giác đó có hai góc bằng nhau và mỗi góc bằng 60° .

☞ **Câu 12.** Mệnh đề nào sau đây là SAI ?

- (A) $\begin{cases} a > b \\ b > c \end{cases} \Leftrightarrow a > c$.
 (B) Phương trình $x^2 + bx + c = 0$ có nghiệm $\Leftrightarrow b^2 - 4c \geq 0$.
 (C) ΔABC vuông tại $A \Leftrightarrow \hat{B} + \hat{C} = 90^\circ$.
 (D) n^2 chẵn $\Leftrightarrow n$ chẵn .

☞ **Câu 13.** Phủ định của mệnh đề: “ $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 0$ ” là:

- (A) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 < 0$. (B) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 > 0$. (C) $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 \leq 0$. (D) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 + 1 = 0$.

☞ **Câu 14.** Phủ định của mệnh đề: “ $\forall x \in \mathbb{N} : x^2 - 5x + 4 = 0$ ” là:

- (A) “ $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 5x + 4 = 0$ ” . (B) “ $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 5x + 4 > 0$ ” .
 (C) “ $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 5x + 4 < 0$ ” . (D) “ $\exists x \in \mathbb{N} : x^2 - 5x + 4 \neq 0$ ” .

☞ **Câu 15.** Mệnh đề nào sau đây là ĐÚNG ?

- (A) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để diện tích của chúng bằng nhau.
 (B) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để chúng có diện tích bằng nhau.
 (C) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để diện tích của chúng bằng nhau .
 (D) Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện cần và đủ để chúng bằng nhau .

☞ **Câu 16.** Ký hiệu $a:P = “số a chia hết cho số P”$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- (A) $\forall n \in \mathbb{N} : n:6 \Rightarrow n:3$ và $n:2$. (B) $\forall n \in \mathbb{N} : n:3$ và $n:2 \Rightarrow n:6$.
 (C) $\forall n \in \mathbb{N} : n:6 \Rightarrow n:3$ hoặc $n:2$. (D) $\forall n \in \mathbb{N} : n:6 \Rightarrow n:3$ và $n:2$.

☞ **Câu 17.** Cho mệnh đề chứa biến: $P(x) = “x + 15 \leq x^2 \forall x \in \mathbb{R}”$. Mệnh đề nào sau đây là ĐÚNG ?

- (A) $P(5)$. (B) $P(0)$. (C) $P(3)$. (D) $P(4)$.

☞ **Câu 18.** Với mọi $n \in \mathbb{N}$ mệnh đề nào sau đây là ĐÚNG ?

- (A) $n(n+1)$ là số chính phương. (B) $n(n+1)$ là số lẻ.
 (C) $n^2 > 0$. (D) $n(n+1)(n+2):6$.

☞ **Câu 19.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề ĐÚNG ?

- (A) Nếu $a \geq b$ thì $a^2 \geq b^2$.
 (B) Nếu a chia hết cho 9 thì a chia hết cho 3.

Ⓒ Nếu em chăm chỉ thì em thành công.

Ⓓ Nếu một tam giác có một góc bằng 60° thì tam giác đó là đều .

📁 **Câu 20.** Trong các câu sau, có bao nhiêu câu là mệnh đề:

a. Huế là một thành phố của Việt Nam.

e. $6 + 81 = 25$.

b. Sông Hương chảy ngang qua thành phố Huế.

f. Bạn có rỗi tối nay không?

c. Hãy trả lời câu hỏi này!

g. $x + 2 = 11$.

d. $5 + 19 - 24$.

Ⓐ 3 .

Ⓑ 1 .

Ⓒ 2.

Ⓓ 4.

📁 **BẢNG ĐÁP ÁN** 📁

1. C	2. A	3. C	4. A	5. A	6. B	7. B	8. B	9. C	10. A
11. A	12. A	13. C	14. D	15. C	16. A	17. A	18. D	19. B	20. A

BÀI TẬP SỐ 2

☞ **Câu 1.** Câu nào trong các phát biểu sau không phải là mệnh đề

- (A) $3 + 2 = 7$. (B) $x^2 + 1 > 0$. (C) $-2 - x^2 < 0$. (D) $4 + x$.

☞ **Câu 2.** Trong các phát biểu sau, phát biểu nào là mệnh đề ĐÚNG ?

- (A) Tổng của hai cạnh một tam giác lớn hơn cạnh thứ ba .
 (B) π là một số hữu tỉ.
 (C) Bạn có chăm học không?
 (D) Con thì thấp hơn cha.

☞ **Câu 3.** Mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 = 3$ " khẳng định rằng:

- (A) Có ít nhất một số thực mà bình phương của nó bằng 3.
 (B) Bình phương của mỗi số thực bằng 3 .
 (C) Chỉ có một số thực có bình phương bằng 3 .
 (D) Nếu x là số thực thì $x^2 = 3$.

☞ **Câu 4.** Kí hiệu X là tập hợp các cầu thủ x trong đội tuyển bóng rổ, $P(x)$ là mệnh đề chứa biến "x cao trên 180 cm". Mệnh đề " $\forall x \in X, P(x)$ " khẳng định rằng:

- (A) Trong số các cầu thủ của đội tuyển bóng rổ có một số cầu thủ cao trên 180 cm.
 (B) Bất cứ ai cao trên 180 cm đều là cầu thủ của đội tuyển bóng rổ .
 (C) Có một số người cao trên 180 cm là cầu thủ của đội tuyển bóng rổ.
 (D) Mọi cầu thủ trong đội tuyển bóng rổ đều cao trên 180 cm .

☞ **Câu 5.** Cách phát biểu nào sau đây KHÔNG THỂ dùng để phát biểu mệnh đề: $A \Rightarrow B$.

- (A) A là điều kiện cần để có B . (B) Nếu A thì B .
 (C) A kéo theo B . (D) A là điều kiện đủ để có B .

☞ **Câu 6.** Mệnh đề nào sau đây là phủ định của mệnh đề: "Mọi động vật đều di chuyển".

- (A) Có ít nhất một động vật không di chuyển. (B) Mọi động vật đều không di chuyển .
 (C) Mọi động vật đều đứng yên . (D) Có ít nhất một động vật di chuyển.

☞ **Câu 7.** Phủ định của mệnh đề: "Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn tuần hoàn" là mệnh đề nào sau đây:

- (A) Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn tuần hoàn.
 (B) Có ít nhất một số vô tỷ là số thập phân vô hạn không tuần hoàn .
 (C) Mọi số vô tỷ đều là số thập phân vô hạn không tuần hoàn .
 (D) Mọi số vô tỷ đều là số thập phân tuần hoàn.

☞ **Câu 8.** Cho mệnh đề A " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ " Mệnh đề phủ định của A là:

- (A) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$. (B) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$.
 (C) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$. (D) Không tồn tại $x : x^2 - x + 7 < 0$.

☞ **Câu 9.** Mệnh đề phủ định của mệnh đề P " $x^2 + 3x + 1 > 0$ " với mọi x là:

- (A) Tồn tại x sao cho $x^2 + 3x + 1 > 0$. (B) Tồn tại x sao cho $x^2 + 3x + 1 \leq 0$.
 (C) Tồn tại x sao cho $x^2 + 3x + 1 = 0$. (D) Tồn tại x sao cho $x^2 + 3x + 1 < 0$.

☞ **Câu 10.** Mệnh đề phủ định của mệnh đề P : " $\exists x : x^2 + 2x + 5$ là số nguyên tố" là :

- (A) $\exists x : x^2 + 2x + 5$ là hợp số . (B) $\forall x : x^2 + 2x + 5$ là hợp số .
 (C) $\forall x : x^2 + 2x + 5$ không là số nguyên tố . (D) $\exists x : x^2 + 2x + 5$ là số thực .

☞ **Câu 11.** Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ " là:

- (A) " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \neq 1$ ". (B) " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2$ ". (C) " $\forall x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 = 1$ ". (D) " $\exists x \in \mathbb{R}, 5x - 3x^2 \geq 1$ ".

☞ **Câu 12.** Cho mệnh đề $P(x)$: " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 > 0$ ". Mệnh đề phủ định của mệnh đề $P(x)$ là:

- (A) " $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 \leq 0$ ". (B) " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + x + 1 < 0$ ".

⇒ **Câu 13.** Cho mệnh đề $A = \forall x \in \mathbb{R} : x^2 + x \geq -\frac{1}{4}$. Lập mệnh đề phủ định của mệnh đề A và xét tính ĐÚNG SAI của nó.

- Ⓐ $\bar{A} = \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x \leq -\frac{1}{4}$. Đây là mệnh đề đúng. Ⓑ $\bar{A} = \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x \geq -\frac{1}{4}$. Đây là mệnh đề đúng.
 Ⓒ $\bar{A} = \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x < -\frac{1}{4}$. Đây là mệnh đề đúng. Ⓓ $\bar{A} = \exists x \in \mathbb{R} : x^2 + x > -\frac{1}{4}$. Đây là mệnh đề sai.

⇒ **Câu 14.** Để chứng minh định lý sau đây bằng phương pháp chứng minh phản chứng “Nếu n là số tự nhiên và n^2 chia hết cho 5 thì n chia hết cho 5”, một học sinh lý luận như sau:

- I. Giả sử n chia hết cho 5.
 II. Như vậy $n = 5k$, với k là số nguyên.
 III. Suy ra $n^2 = 25k^2$. Do đó n^2 chia hết cho 5.
 IV. Vậy mệnh đề đã được chứng minh.

Lập luận trên:

- Ⓐ Sai từ giai đoạn (II). Ⓑ Sai từ giai đoạn (I).
 Ⓒ Sai từ giai đoạn (III). Ⓓ Sai từ giai đoạn (IV).

⇒ **Câu 15.** Cho mệnh đề chứa biến $P(n) : n^2 - 1$ chia hết cho 4” với n là số nguyên. Xét xem các mệnh đề $P(5)$ và $P(2)$ ĐÚNG hay SAI?

- Ⓐ $P(5)$ đúng và $P(2)$ sai. Ⓑ $P(5)$ đúng và $P(2)$ đúng.
 Ⓒ $P(5)$ sai và $P(2)$ sai. Ⓓ $P(5)$ sai và $P(2)$ đúng.

⇒ **Câu 16.** Cho tam giác ABC với H là chân đường cao từ A . Mệnh đề nào sau đây SAI ?

- Ⓐ “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow BA^2 = BC^2 + AC^2$ ”.
 Ⓑ “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ ”.
 Ⓒ “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow BA^2 = BH \cdot BC$ ”.
 Ⓓ “ ABC là tam giác vuông ở $A \Leftrightarrow HA^2 = HB \cdot HC$ ”.

⇒ **Câu 17.** Cho mệnh đề “phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$ có nghiệm”. Mệnh đề phủ định của mệnh đề đã cho và tính ĐÚNG, SAI của mệnh đề phủ định là:

- Ⓐ Phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$ vô nghiệm. Đây là mệnh đề sai.
 Ⓑ Phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$ có nghiệm. Đây là mệnh đề đúng.
 Ⓒ Phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$ có nghiệm. Đây là mệnh đề sai.
 Ⓓ Phương trình $x^2 - 4x + 4 = 0$ vô nghiệm. Đây là mệnh đề đúng.

⇒ **Câu 18.** Cho mệnh đề $A = \exists n \in \mathbb{N} : 3n + 1$ là số lẻ”, mệnh đề phủ định của mệnh đề A và tính ĐÚNG, SAI của mệnh đề phủ định là:

- Ⓐ $\bar{A} = \forall n \in \mathbb{N} : 3n + 1$ là số chẵn”. Đây là mệnh đề sai.
 Ⓑ $\bar{A} = \forall n \in \mathbb{N} : 3n + 1$ là số chẵn”. Đây là mệnh đề đúng.
 Ⓒ $\bar{A} = \exists n \in \mathbb{N} : 3n + 1$ là số chẵn”. Đây là mệnh đề sai.
 Ⓓ $\bar{A} = \exists n \in \mathbb{N} : 3n + 1$ là số chẵn”. Đây là mệnh đề đúng.

⇒ **Câu 19.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào SAI ?

- Ⓐ Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành, điều kiện cần và đủ là hai cạnh đối song song và bằng nhau.
 Ⓑ Để $x^2 = 25$ điều kiện đủ là $x = 2$.
 Ⓒ Để tổng $a + b$ của hai số nguyên a, b chia hết cho 13, điều kiện cần và đủ là mỗi số đó chia hết cho 13.
 Ⓓ Để có ít nhất một trong hai số a, b là số dương điều kiện đủ là $a + b > 0$.

⇒ **Câu 20.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào có mệnh đề đảo ĐÚNG ?

- Ⓐ Trong một tam giác cân hai đường cao bằng nhau.

- (B) Nếu tổng hai số $a + b > 2$ thì có ít nhất một số lớn hơn 1.
(C) Nếu tứ giác là hình vuông thì hai đường chéo vuông góc với nhau.
(D) Nếu một số tự nhiên chia hết cho 6 thì nó chia hết cho 3.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. A	2. B	3. D	4. A	5. C	6. C	7. A	8. A	9. B	10. D
11. A	12. A	13. C	14. B	15. A	16. A	17. A	18. A	19. C	20. A

CHỦ ĐỀ 2. TẬP HỢP

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Tập hợp

• Tập hợp là khái niệm cơ bản của toán học, không định nghĩa (Tập hợp là khái niệm dùng để chỉ một nhóm đối tượng có chung một tính chất đặc trưng nào đó - người ta gọi tên tập hợp theo tên tính chất đó).

• Có 2 cách xác định tập hợp:

+ Liệt kê các phần tử.

+ Chỉ ra tính chất đặc trưng cho các phần tử của tập hợp.

• Tập rỗng: là tập hợp không chứa phần tử nào. Kí hiệu: \emptyset .

2. Tập hợp con - Tập hợp bằng nhau

• Tập hợp con: $A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$

+ $A \subset A, \forall A$.

+ $\emptyset \subset A, \forall A$.

+ $A \subset B, B \subset C \Rightarrow A \subset C$.

• Tập hợp bằng nhau: $A = B \Leftrightarrow \begin{cases} A \subset B \\ B \subset A \end{cases}$.

• Tập hợp có n phần tử thì có 2^n tập con.

B DẠNG BÀI TẬP

📁 Dạng 1. Tập hợp và phần tử của tập hợp

Ví dụ 1. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

a. $A = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$.

b. $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 3 < n^2 < 30\}$.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

a. $A = \left\{0; \frac{1}{2}; 2\right\}$.

b. $3 < n^2 < 30 \Rightarrow \sqrt{3} < |n| < \sqrt{30}$. Do $n \in \mathbb{N}$ nên $n \in \{2; 3; 4; 5\} \Rightarrow B = \{2; 3; 4; 5\}$.

📁 Dạng 2. Tập hợp con - Hai tập hợp bằng nhau

Ví dụ 2. Viết mỗi tập hợp sau bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó:

a. $A = \{2; 3; 5; 7\}$.

c. $C = \{-5; 0; 5; 10; 15\}$.

b. $B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

a. A là tập hợp các số nguyên tố nhỏ hơn 10.

b. B là tập hợp các số nguyên có giá trị tuyệt đối không vượt quá 3.

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}.$$

c. C là tập hợp các số nguyên n chia hết cho 5, không nhỏ hơn -5 và không lớn hơn 15.

$$C = \left\{ n \in \mathbb{Z} \mid -5 \leq n \leq 15; n:5 \right\}.$$

Ví dụ 3. Cho tập hợp A có 3 phần tử. Hãy chỉ ra số tập con của tập hợp A .

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Giả sử tập hợp $A = \{a, b, c\}$. Các tập hợp con của A là: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{b, c\}, \{c, a\}, \{a, b, c\}$
Tập A có 8 tập con.

Chú ý: Nếu tập A có n phần tử thì số tập con của tập A là 2^n .

📁 BÀI TẬP TỰ LUẬN

📁 **Câu 1.** Xác định các tập hợp sau bằng cách liệt kê

$$A = \{x \in \mathbb{Q} \mid (2x+1)(x^2+x-1)(2x^2-3x+1) = 0\}.$$

$$H = \{x \in \mathbb{R} \mid (x-1)(x^2+6x+5) = 0\}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^2 - 5x + 1 = 0\}.$$

$$I = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x + 2 = 0\}.$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x+x^2)(x^2+x-2)(x^2-x-12) = 0\}.$$

$$J = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x-1)(x^2-5x+6) = 0\}.$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 > 2; x < 4\}.$$

$$K = \{x \mid x = 2k; k \in \mathbb{Z}; -3 < x < 13\}.$$

$$E = \{x \in \mathbb{Z} \mid \sqrt{x} \leq 2; x > -2\}.$$

$$L = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 > 4; |x| < 10\}.$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}.$$

$$M = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3k; k \in \mathbb{Z}; -1 < k < 5\}.$$

$$G = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 9 = 0\}.$$

$$N = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0; x^2 - 4x + 3 = 0\}.$$

📁 **Câu 2.** Viết mỗi tập hợp sau bằng cách liệt kê các phần tử của nó:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid (2x^2 - 5x + 3)(x^2 - 4x + 3) = 0\}.$$

$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid (6x^2 - 7x + 1)(x^2 - 5x + 6) = 0\}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid (x^2 - 10x + 21)(x^3 - x) = 0\}.$$

$$D = \{x \in \mathbb{Z} \mid 2x^2 - 5x + 3 = 0\}.$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} | x + 3 < 4 + 2x ; 5x - 3 < 4x - 1\}.$$

$$G = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}.$$

$$F = \{x \in \mathbb{Z} | |x + 2| \leq 1\}.$$

$$H = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + 3 = 0\}.$$

⇒ **Câu 3.** Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 10x + 21 = 0 \text{ hoặc } x^3 - x = 0\}$. Hãy liệt kê tất cả các tập con của A chứa đúng 2 phần tử.

⇒ **Câu 4.** Viết mỗi tập hợp sau bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó:

$$A = \{0; 1; 2; 3; 4\}.$$

$$F = \{3, 6, 9, 12, 15\}.$$

$$B = \{0; 4; 8; 12; 16\}.$$

$G =$ Tập tất cả các điểm thuộc đường trung trực của đoạn thẳng AB .

$$C = \{-3; 9; -27; 81\}.$$

$H =$ Tập tất cả các điểm thuộc đường tròn tâm I cho trước và có bán kính bằng 5.

$$D = \{9; 36; 81; 144\}.$$

$$E = \{2, 3, 5, 7, 11\}.$$

⇒ **Câu 5.** Trong các tập hợp sau đây, tập nào là tập rỗng:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} | |x| < 1\}.$$

$$D = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 2 = 0\}.$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - x + 1 = 0\}.$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} | x^2 + 7x + 12 = 0\}.$$

$$C = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}.$$

$$F = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 4x + 2 = 0\}.$$

⇒ **Câu 6.** Hãy xét quan hệ bao hàm của 2 tập hợp A và B dưới đây.

a. A là tập các hình vuông và B là tập các hình thoi.

b. $A = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ là ước của } 6\}$, $B = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ là ước chung của } 24 \text{ và } 30\}$.

⇒ **Câu 7.** Tìm tất cả các tập con, các tập con gồm hai phần tử của các tập hợp sau:

$$A = \{1, 2\}.$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} | 2x^2 - 5x + 2 = 0\}.$$

$$B = \{1, 2, 3\}.$$

$$C = \{a, b, c, d\}.$$

$$E = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}.$$

⇒ **Câu 8.** Hãy liệt kê các phần tử của các tập hợp sau đây

a. $A = \{(x; x^2) | x \in \{-1; 0; 1\}\}.$

b. $B = \{(x; y) | x^2 + y^2 \leq 2; x, y \in \mathbb{Z}\}.$

⇒ **Câu 9.** Chứng minh rằng: Với $A = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ là ước của } 6\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} | x \text{ là ước của } 18\}$ thì $A \subset B$.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

⇒ **Câu 1.** Ký hiệu nào sau đây dùng để viết ĐÚNG mệnh đề: “3 là một số tự nhiên”?

A $3 \subset \mathbb{N}$.

B $3 \leq \mathbb{N}$.

C $3 \in \mathbb{N}$.

D $3 < \mathbb{N}$.

⇒ **Câu 2.** Ký hiệu nào sau đây để chỉ $\sqrt{5}$ không phải là một số hữu tỉ?

A $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$.

B $\sqrt{5} \neq \mathbb{Q}$.

C $\sqrt{5} \notin \mathbb{Q}$.

D $\sqrt{5} \subset \mathbb{Q}$.

⇒ **Câu 3.** Cho tập hợp $A = \{x + 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$. Tập hợp A là:

A $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

B $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

C $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$.

D $A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

⇒ **Câu 4.** Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{Z} | 2x^2 - 3x + 1 = 0\}$.

A $X = \{1\}$.

B $X = \{0\}$.

C $X = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$.

D $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$.

☞ **Câu 5.** Liệt kê các phần tử của phần tử tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} | 2x^2 - 5x + 3 = 0\}$.

- (A) $X = \left\{1; \frac{3}{2}\right\}$. (B) $X = \{0\}$. (C) $X = \{1\}$. (D) $X = \left\{\frac{3}{2}\right\}$.

☞ **Câu 6.** Trong các tập sau, tập nào là tập rỗng?

- (A) $\{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$. (B) $\{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}$.
(C) $\{x \in \mathbb{Z} | |x| < 1\}$. (D) $\{x \in \mathbb{R} | x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

☞ **Câu 7.** Cho tập hợp $M = \{(x; y) | x; y \in \mathbb{N}, x + y = 1\}$. Hỏi tập M có bao nhiêu phần tử?

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

☞ **Câu 8.** Cho tập hợp $A = \{x^2 + 1 | x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$. Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp

- (A) $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. (B) $A = \{1; 2; 5; 10; 17; 26\}$. (C) $A = \{2; 5; 10; 17; 26\}$. (D) $A = \{0; 1; 4; 9; 16; 25\}$.

☞ **Câu 9.** Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp: $X = \{x \in \mathbb{R} | x^4 - 6x^2 + 8 = 0\}$.

- (A) $X = \{\sqrt{2}; 2\}$. (B) $X = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}\}$. (C) $X = \{-\sqrt{2}; \sqrt{2}; -2; 2\}$. (D) $X = \{-\sqrt{2}; 2\}$.

☞ **Câu 10.** Cho tập hợp $M = \{(x; y) | x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 0\}$. Khi đó tập hợp M có bao nhiêu phần tử?

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) Vô số.

☞ **Câu 11.** Số phần tử của tập hợp: $A = \{x \in \mathbb{R} | (x^2 + x)^2 = x^2 - 2x + 1\}$ là:

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

☞ **Câu 12.** Số tập con của tập hợp: $A = \{x \in \mathbb{R} | 3(x^2 + x)^2 - 2x^2 - 2x = 0\}$ là:

- (A) 16. (B) 8. (C) 12. (D) 10.

☞ **Câu 13.** Số phần tử của tập hợp: $A = \{x \in \mathbb{R} | (2x^2 + x - 4)^2 = 4x^2 - 4x + 1\}$ là:

- (A) 0. (B) 2. (C) 4. (D) 3.

☞ **Câu 14.** Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $X = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + 1 = 0\}$:

- (A) $X = 0$. (B) $X = \{0\}$. (C) $X = \{\emptyset\}$. (D) $X = \emptyset$.

☞ **Câu 15.** Số phần tử của tập hợp $A = \{k^2 + 1 | k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 2\}$ là:

- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 5.

☞ **Câu 16.** Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng?

- (A) $\{x \in \mathbb{N} | |x| < 1\}$. (B) $\{x \in \mathbb{Z} | 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.
(C) $\{x \in \mathbb{Q} | x^2 - 4x + 2 = 0\}$. (D) $\{x \in \mathbb{R} | x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

☞ **Câu 17.** Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | (x^2 - 1)(x^2 + 2) = 0\}$. Các phần tử của tập A là:

- (A) $A = \{-1; 1\}$. (B) $A = \{-\sqrt{2}; -1; 1; \sqrt{2}\}$. (C) $A = \{-1\}$. (D) $A = \{1\}$.

☞ **Câu 18.** Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập rỗng?

- (A) $A = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 4 = 0\}$. (B) $C = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 5 = 0\}$.
(C) $D = \{x \in \mathbb{Q} | x^2 + x - 12 = 0\}$. (D) $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 2x + 3 = 0\}$.

☞ **Câu 19.** Trong các tập hợp sau, tập hợp nào khác rỗng?

- (A) $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + 1 = 0\}$. (B) $B = \{x \in \mathbb{N} | x^2 - 2 = 0\}$.
(C) $C = \{x \in \mathbb{Z} | (x^3 - 3)(x^2 + 1) = 0\}$. (D) $D = \{x \in \mathbb{Q} | x(x^2 + 3) = 0\}$.

☞ **Câu 20.** Hãy liệt kê các phần tử của tập hợp $M = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ là ước của } 8\}$.

- (A) $M = \{1; 2; 4; 8\}$. (B) $M = \{1; 4; 16; 64\}$. (C) $M = \{0; 1; 4; 16; 64\}$. (D) $M = \{0; 1; 2; 4; 8\}$.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. C	2. A	3. D	4. A	5. A	6. B	7. B	8. B	9. C	10. A
11. A	12. A	13. C	14. D	15. C	16. C	17. A	18. D	19. B	20. A

BÀI TẬP SỐ 2

- **Câu 1.** Cho ba tập hợp E, F, G thỏa mãn: $E \subset F, F \subset G$ và $G \subset K$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG ?
 (A) $E \subset K$. (B) $G \subset F$. (C) $K \subset G$. (D) $E = F = G$.
- **Câu 2.** Cho tập hợp $A = \{0; 3; 4; 6\}$. Số tập hợp con gồm hai phần tử của A là:
 (A) 6. (B) 10. (C) 8. (D) 12.
- **Câu 3.** Cho tập hợp $X = \{a; b; c\}$. Số tập con của X là:
 (A) 8. (B) 4. (C) 6. (D) 12.
- **Câu 4.** Trong các tập hợp sau đây, tập hợp nào có ĐÚNG một tập hợp con?
 (A) $\{x\}$. (B) $\{\emptyset\}$. (C) $\{\emptyset, x\}$. (D) \emptyset .
- **Câu 5.** Cho tập hợp $A = \{1; 2\}$ và $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Có tất cả bao nhiêu tập X thỏa mãn: $A \subset X \subset B$?
 (A) 8. (B) 5. (C) 6. (D) 7.
- **Câu 6.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 5; 7\}$ và $B = \{1; 2; 3\}$. Có tất cả bao nhiêu tập X thỏa mãn: $X \subset A$ và $X \subset B$?
 (A) 4. (B) 8. (C) 6. (D) 2.
- **Câu 7.** Cho tập hợp $A = \{1; 3\}, B = \{3; x\}, C = \{x; y; 3\}$. Để $A = B = C$ thì tất cả các cặp $(x; y)$ là:
 (A) $(1; 1)$. (B) $(1; 3)$. (C) $(3; 1)$ và $(3; 3)$. (D) $(1; 1)$ và $(1; 3)$.
- **Câu 8.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4\}, B = \{0; 2; 4\}, C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Quan hệ nào sau đây là ĐÚNG ?
 (A) $\begin{cases} A \subset C \\ B \subset C \end{cases}$. (B) $B \subset A \subset C$. (C) $B \subset A = C$. (D) $A \cup B = C$.
- **Câu 9.** Cho tập hợp A có 4 phần tử. Hỏi tập A có bao nhiêu tập con khác rỗng?
 (A) 12. (B) 15. (C) 7. (D) 16.
- **Câu 10.** Số các tập hợp con gồm hai phần tử của tập hợp $B = \{a; b; c; d; e; f\}$ là:
 (A) 16. (B) 25. (C) 22. (D) 15.
- **Câu 11.** Số các tập hợp con có 3 phần tử có chứa a, b của tập hợp $C = \{a; b; c; d; e; f; g\}$ là:
 (A) 5. (B) 8. (C) 6. (D) 7.
- **Câu 12.** Trong các tập hợp sau đây, tập hợp nào có ĐÚNG hai tập hợp con?
 (A) $\{x\}$. (B) $\{x; y\}$. (C) $\{\emptyset; x\}$. (D) $\{\emptyset; x; y\}$.
- **Câu 13.** Cho tập hợp $A = \{1, 2, 3, 4, x, y\}$. Xét các mệnh đề sau đây: (I): " $3 \in A$ ". (II): " $\{3, 4\} \in A$ ". (III): " $\{a, 3, b\} \in A$ ". Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ĐÚNG ?
 (A) I, II đúng. (B) I đúng. (C) II, III đúng. (D) I, III đúng.
- **Câu 14.** Cho $A = \{0; 2; 4; 6\}$. Tập A có bao nhiêu tập con có 2 phần tử?
 (A) 6. (B) 4. (C) 8. (D) 7.
- **Câu 15.** Số các tập con 3 phần tử có chứa α, π của $C = \{\alpha, \pi, \xi, \psi, \rho, \eta, \gamma, \sigma, \omega, \tau\}$ là:
 (A) 12. (B) 14. (C) 10. (D) 8.
- **Câu 16.** Cho ba tập hợp $M = \{n \in \mathbb{N} | n:5\}, P = \{n \in \mathbb{N} | n:10\}, Q = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + 3x + 5 = 0\}$. Hãy chọn khẳng định ĐÚNG ?
 (A) $Q \subset P \subset M$. (B) $M \subset Q \subset P$. (C) $Q \subset M \subset P$. (D) $M \subset P \subset Q$.
- **Câu 17.** Cho tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$. Tập A có mấy tập con?
 (A) 16. (B) 15. (C) 10. (D) 12.
- **Câu 18.** Khẳng định nào sau đây SAI ? Các tập $A = B$ với A, B là các tập hợp sau?
 (A) $A = \{1; 3\}, B = \{x \in \mathbb{R} | (x-1)(x-3) = 0\}$.
 (B) $A = \{-1; 2\}, B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 2x - 3 = 0\}$.
 (C) $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}, B = \{n \in \mathbb{N} | n = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}, 0 \leq k \leq 4\}$.
 (D) $A = \emptyset, B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 + x + 1 = 0\}$.

➤ **Câu 19.** Cho tập hợp $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 + 2}{x} \in \mathbb{Z}\right\}$. Có bao nhiêu tập con của tập A mà số phần tử của nó nhỏ hơn 3.

Ⓐ 11.

Ⓑ 16.

Ⓒ 15.

Ⓓ 12.

➤ **Câu 20.** Cho tập hợp A có 5 phần tử. Tính số tập hợp con của A có 3 phần tử?

Ⓐ 18.

Ⓑ 12.

Ⓒ 10.

Ⓓ 16.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. A	2. A	3. A	4. D	5. A	6. A	7. D	8. A	9. B	10. D
11. A	12. A	13. B	14. A	15. D	16. A	17. A	18. B	19. A	20. C

CHỦ ĐỀ 3. CÁC PHÉP TOÁN TRÊN TẬP HỢP

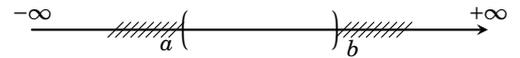
A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Một số tập hợp con của tập hợp số thực \mathbb{R} .

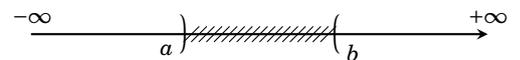
Tập hợp con của \mathbb{R} : $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

• Khoảng

$$(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}:$$



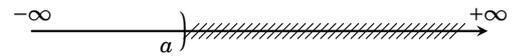
$$(-\infty; a) \cup (b; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a \text{ hoặc } x > b\}:$$



$$(b; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > b\}:$$

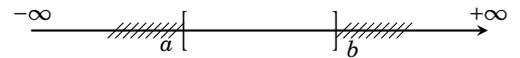


$$(-\infty; a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}:$$



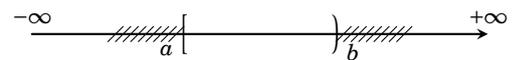
• Đoạn

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}:$$

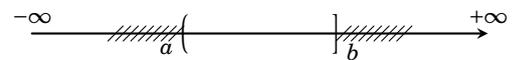


• Nửa khoảng - Nửa đoạn

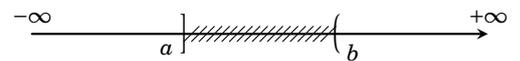
$$[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}:$$



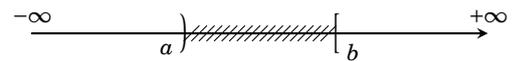
$$(a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}:$$



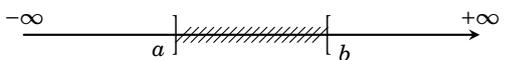
$$(-\infty; a] \cup (b; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a \text{ hoặc } x > b\}:$$



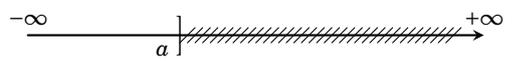
$$(-\infty; a) \cup [b; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a \text{ hoặc } x \geq b\}:$$



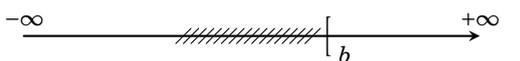
$$(-\infty; a] \cup [b; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a \text{ hoặc } x \geq b\}:$$



$$(-\infty; a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}:$$

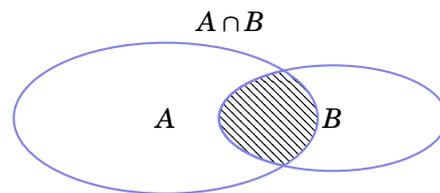


$$[b; +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq b\}:$$

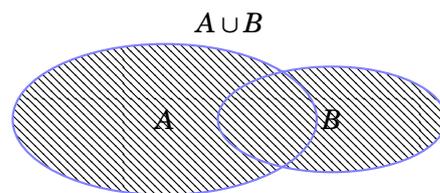


2. Các phép toán trên tập hợp.

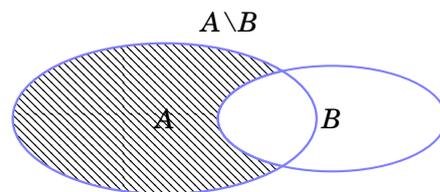
- Giao của hai tập hợp: $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \in B\}$



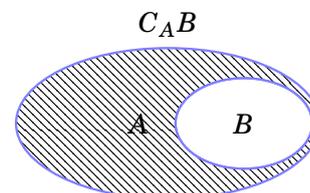
- Hợp của hai tập hợp: $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B\}$



- Hiệu của hai tập hợp: $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ và } x \notin B\}$



- Phần bù: Cho $B \subset A$ thì $C_A B = A \setminus B$.

**B DẠNG BÀI TẬP****Dạng 1. Giao và hợp của hai tập hợp**

Ví dụ 1. Cho $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - x - 6 = 0\}$; $B = \{n \in \mathbb{N} : 2n - 6 \leq 0\}$; $C = \{n \in \mathbb{N} : |n| \leq 4\}$.
 Tìm: $A \cap B$; $A \cap C$; $B \cup C$.

Phân tích hướng dẫn giải

◆◆◆ LỜI GIẢI CHI TIẾT ◆◆◆

Ta có: $\begin{cases} A = \{-2; 3\} \\ B = \{0; 1; 2; 3\} \\ C = \{0; 1; 2; 3; 4\} \end{cases} \Rightarrow A \cap B = \{3\}$; $A \cap C = \{3\}$; $B \cup C = \{0; 1; 2; 3; 4\}$.

Ví dụ 2. Cho $A = \{1;2;3;4\}$; $B = \{2;4;6\}$; $C = \{1;3;5\}$. Xác định các tập hợp sau:

- a. $A \cap B$; $A \cup B$. b. $A \cap C$; $A \cup C$. c. $B \cap C$; $B \cup C$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

- a. $A \cap B = \{2;4\}$; $A \cup B = \{1;2;3;4;6\}$. c. $B \cap C = \emptyset$; $B \cup C = \{1;2;3;4;5;6\}$.
 b. $A \cap C = \{1;3\}$; $A \cup C = \{1;2;3;4;5\}$.

Ví dụ 3. Xác định các tập hợp $A \cup B$; $A \cap B$ và biểu diễn trên trục số với:

- a. $A = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 3\}$. c. $A = [1;3]$ và $B = (2; +\infty)$.
 b. $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 1\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 3\}$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

- a. $A \cup B = \mathbb{R}$; $A \cap B = [1;3]$. c. $A \cup B = [1; +\infty)$; $A \cap B = (2;3]$.
 b. $A \cup B = (-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$; $A \cap B = \emptyset$.

Ví dụ 4. Cho 3 tập hợp: $A = (-\infty; 1]$; $B = [-2; 2]$ và $C = (0; 5)$. Tính $(A \cap B) \cup (A \cap C) = ?$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

$A \cap B = [-2; 1]$; $A \cap C = (0; 1] \Rightarrow (A \cap B) \cup (A \cap C) = [-2; 1]$.

Dạng 2. Hiệu và phần bù của hai tập hợp

Ví dụ 5. Cho $E = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 8\}$; $A = \{1, 3, 5, 7\}$; $B = \{1; 2; 3; 6\}$.

- a. Tính $C_E A$; $C_E B$; $C_E A \cap C_E B$. b. Chứng minh $C_E A \cup B \subset C_E A \cap B$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

- a. Ta có: $C_E A = \{0; 2; 4; 6; 8\}$; $C_E B = \{0; 4; 5; 7; 8\} \Rightarrow C_E A \cap C_E B = \{4; 8\}$.
 b. $\begin{cases} A \cup B = \{1; 2; 3; 5; 6; 7\} \\ A \cap B = \{1\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_E(A \cup B) = E \setminus \{1; 2; 3; 5; 6; 7\} \\ C_E(A \cap B) = E \setminus \{1\} \end{cases} \Rightarrow C_E(A \cup B) \subset C_E(A \cap B)$.

Ví dụ 6. Cho các tập hợp sau: $E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 5\}$

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 3x - 4 = 0\} \quad ; \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x-2)(x+1)(2x^2 - x - 3) = 0\}.$$

- Chứng minh $A \subset E$; $B \subset E$.
- Xác định $C_E A \cap B$; $C_E A \cup B$. Tìm mối quan hệ của hai tập này.
- Chứng minh $C_E A \cup B \subset C_E A$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

$$\text{a. Ta có: } \begin{cases} E = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 5\} \\ A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + 3x - 4 = 0\} \\ B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x-2)(x+1)(2x^2 - x - 3) = 0\} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} E = \{-5; -4; \dots; 4; 5\} \\ A = \{-4; 1\} \\ B = \{-1; 2\} \end{cases} \Rightarrow A \subset E \quad ; \quad B \subset E.$$

$$\text{b. Ta có: } \begin{cases} A \cap B = \{1\} \\ A \cup B = \{-4; -1; 2\} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_E A \cap B = E \setminus \{1\} \\ C_E A \cup B = E \setminus \{-4; -1; 2\} \end{cases} \Rightarrow C_E A \cup B \subset C_E A \cap B.$$

$$\text{c. Ta có } C_A E = E \setminus A \Rightarrow C_E A \cup B \subset C_E A.$$

Dạng 3. Toán thực tế ứng dụng của tập hợp

Ví dụ 7. Mỗi học sinh lớp 10B đều chơi bóng đá hoặc bóng chuyền. Biết rằng có 25 bạn chơi bóng đá, 20 bạn chơi bóng chuyền và 10 bạn chơi cả hai môn. Hỏi lớp 10B có bao nhiêu học sinh?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Giả sử $A =$ "Hs chơi bóng đá", $B =$ "Hs chơi bóng chuyền"

$\Rightarrow A \cup B =$ "Hs chơi bóng đá hoặc bóng chuyền" ; $A \cap B =$ "Hs chơi cả hai môn"

\Rightarrow Số phần tử của $A \cup B$ là: $25 + 10 = 35$.

Số HS chơi bóng đá hoặc bóng chuyền là số HS của lớp 10B là 35 học sinh.

Ví dụ 8. Cho 2 tập khác rỗng $A = (m-1; 4]$; $B = (-2; 2m+2)$, $m \in \mathbb{R}$. Tìm m để $A \subset B$?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Với 2 tập khác rỗng A, B ta có điều kiện $\begin{cases} m-1 < 4 \\ 2m+2 > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 5 \\ m > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 5.$

Để $A \subset B \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 \geq -2 \\ 2m+2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ 2m+2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -1 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$ So với điều kiện $-2 < m < 5$.

C BÀI TẬP TỰ LUẬN

⇒ **Câu 1.** Tìm $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$ với:

- $A = [-4; 4]; B = [1; 7]$.
- $A = [-4; -2]; B = (3; 7]$.
- $A = (-4; 2); B = (-3; 7]$.
- $A = (-\infty; -2); B = [3; +\infty)$.
- $A = [3; +\infty); B = (0; 4)$.
- $A = (1; 4); B = (2; 6)$.

⇒ **Câu 2.** Tìm $A \cup B \cup C; A \cap B \cap C$ với:

- $A = [1; 4]; B = (2; 6); C = (1; 2)$.
- $A = (-\infty; -2]; B = [3; +\infty); C = (0; 4)$.
- $A = [0; 4]; B = (1; 5); C = (-3; 1]$.
- $A = (-\infty; 2]; B = [2; +\infty); C = (0; 3)$.

⇒ **Câu 3.** Cho $A = \{x \in \mathbb{N} | x < 7\}$ và $B = \{1; 2; 3; 6; 7; 8\}$.

- Xác định $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$.
- CMR: $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

⇒ **Câu 4.** Tìm tất cả các tập hợp X sao cho:

- $\{1; 2\} \subset X \subset \{1; 2; 3; 4; 5\}$.
- $\{1; 2\} \cup X = \{1; 2; 3; 4\}$.
- $X \subset \{1; 2; 3; 4\}$.
- $X \subset \{0; 2; 4; 6; 8\}$.

⇒ **Câu 5.** Tìm các tập hợp A, B sao cho:

- $A \cap B = \{0; 1; 2; 3; 4\}, A \setminus B = \{-3; -2\}, B \setminus A = \{6; 9; 10\}$.
- $A \cap B = \{1; 2; 3\}, A \setminus B = \{4; 5\}, B \setminus A = \{6; 9\}$.

⇒ **Câu 6.** Cho $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - x + 12 = 0 \text{ và } 2x^2 - 7x + 3 = 0\}; B = \{x \in \mathbb{R} | 3x^2 - 13x + 12 = 0 \text{ hoặc } x^2 - 3x = 0\}$
Xác định các tập hợp sau đây: $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$.

⇒ **Câu 7.** Xác định các tập hợp sau và biểu diễn chúng lên trục số:

- $[-3; 1) \cup (0; 4]$.
- $[-4; 2] \cap (1; 4]$.
- $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.
- $(-\infty; 1) \cap (2; +\infty)$.

⇒ **Câu 8.** Cho tập hợp $A = (-2; 3)$ và $B = [1; 5)$. Xác định các tập hợp: $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$.

⇒ **Câu 9.** Cho $A = \{x \in \mathbb{R} | |x| \leq 4\}; B = \{x \in \mathbb{R} | -5 \leq x - 1 \leq 8\}$.

Viết các tập hợp sau dưới dạng khoảng – đoạn – nửa khoảng: $A \cup B; A \setminus B; B \setminus A; \mathbb{R} \setminus (A \cup B)$.

⇒ **Câu 10.** Cho $A = \{x \in \mathbb{R} | -3 \leq x \leq 5\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x \leq 5\}$.

Xác định các tập hợp sau đây: $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$.

⇒ **Câu 11.** Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | x > 2\}$ và $B = \{x \in \mathbb{R} | -1 < x \leq 5\}$.

Xác định các tập hợp sau đây: $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$.

⇒ **Câu 12.** Cho hai tập hợp $A = (2; 7)$ và $B = (-3; 5]$.

Xác định các tập hợp sau đây: $A \cup B; A \cap B; A \setminus B; B \setminus A$.

⇒ **Câu 13.** Xác định các tập hợp sau đây và biểu diễn chúng lên trục số:

- $\mathbb{R} \setminus A$ với $A = (0; 1) \cup (2; 3)$.
- $\mathbb{R} \setminus B$ với $B = (3; 5) \cap (4; 6]$.
- $(-2; 7] \setminus [1; 3]$.
- $C \setminus (1; 4)$ với $C = (-1; 2) \cup (3; 5]$.

⇒ **Câu 14.** Cho $A = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x \leq 5\}, B = \{x \in \mathbb{R} | 4 \leq x \leq 7\}$ và $C = \{x \in \mathbb{R} | 2 \leq x < 6\}$.

- Hãy xác định $A \cap B; A \cap C; B \cap C; A \cup C; A \setminus (B \cup C)$.

2. Gọi $D = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$. Hãy xác định a, b để $D \subset A \cap B \cap C$.

📦 **Câu 15.** Viết phần bù trong \mathbb{R} của các tập hợp: $A = \{x \in \mathbb{R} | -2 \leq x < 10\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} | |x| > 2\}$; $C = \{x \in \mathbb{R} | -4 < x + 2 \leq 5\}$.

📦 **Câu 16.** Cho $A = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -3 \text{ hoặc } x > 6\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 25 \leq 0\}$

1. Tìm các khoảng, đoạn, nửa khoảng sau đây: $A \setminus B$; $B \setminus A$; $\mathbb{R} \setminus (A \cup B)$; $\mathbb{R} \setminus (A \cap B)$; $\mathbb{R} \setminus (A \setminus B)$.

2. Cho $C = \{x \in \mathbb{R} | x \leq a\}$; $D = \{x \in \mathbb{R} | x \geq b\}$. Xác định a và b biết rằng $C \cap B$ và $D \cap B$ là các đoạn có chiều dài lần lượt là 7 và 9. Tìm $C \cap D$.

📦 **Câu 17.** Cho tập hợp: $E = \{x \in \mathbb{N} | 1 \leq x < 7\}$; $A = \{x \in \mathbb{N} | (x^2 - 9)(x^2 - 5x - 6) = 0\}$ $B = \{x \in \mathbb{N} | x \text{ là số nguyên tố không vượt quá } 5\}$

1. CMR: $A \subset E$ và $B \subset E$.

2. Tìm $C_E A$; $C_E B$; $C_E (A \cap B)$.

📦 **Câu 18.** Cho hai tập hợp $A = [m; m + 2]$; $B = [1; 3]$. Tìm m để $A \cap B = \emptyset$

📦 **Câu 19.** Cho hai tập hợp $A = [-2; 3]$; $B = (m; m + 6)$. Tìm m để $A \subset B$.

📦 **Câu 20.** Cho hai tập hợp $X = (0; 3]$; $Y = (a; 4)$. Tìm các giá trị của $a < 4$ để $X \cap Y \neq \emptyset$

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

📦 **Câu 1.** Cho tập hợp $X = \{1; 5\}$, $Y = \{1; 3; 5\}$. Tập $X \cap Y$ là tập hợp nào sau đây?

- Ⓐ $\{1\}$. Ⓑ $\{1; 3\}$. Ⓒ $\{1; 5\}$. Ⓓ $\{1; 3; 5\}$.

📦 **Câu 2.** Cho tập $X = \{1; 2; 4; 6; 9\}$, $Y = \{2; 4; 6; 9\}$. Tập nào sau đây bằng tập $X \setminus Y$?

- Ⓐ $\{6; 9\}$. Ⓑ $\{1; 2; 3; 5\}$. Ⓒ $\{1; 3; 6; 9\}$. Ⓓ $\{1\}$.

📦 **Câu 3.** Cho tập hợp $X = \{a; b\}$, $Y = \{a; b; c\}$. $X \cup Y$ là tập hợp nào sau đây?

- Ⓐ $\{a; b; c; d\}$. Ⓑ $\{a; b\}$. Ⓒ $\{c\}$. Ⓓ $\{a; b; c\}$.

📦 **Câu 4.** Cho hai tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$; $B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$. Tập nào sau đây bằng tập $A \cap B$?

- Ⓐ $\{1; 3; 5\}$. Ⓑ $\{1; 2; 3; 4; 5\}$. Ⓒ $\{2; 4; 6; 8\}$. Ⓓ $\{1; 2; 3; 4; 5; 7; 9\}$.

📦 **Câu 5.** Cho tập hợp $A = \{2; 4; 6; 9\}$, $B = \{1; 2; 3; 4\}$. Tập nào sau đây bằng tập $A \setminus B$?

- Ⓐ $\{6; 9\}$. Ⓑ $\{1; 2; 3; 5\}$. Ⓒ $\{1; 2; 3; 4; 6; 9\}$. Ⓓ \emptyset .

📦 **Câu 6.** Cho hai tập hợp A và B khác rỗng thỏa mãn: $A \subset B$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào SAI?

- Ⓐ $A \setminus B = \emptyset$. Ⓑ $B \setminus A = B$. Ⓒ $A \cap B = A$. Ⓓ $A \cup B = B$.

📦 **Câu 7.** Cho $X = \{7; 2; 8; 4; 9; 12\}$; $Y = \{1; 3; 7; 4\}$. Tập nào sau đây bằng tập $X \cap Y$?

- Ⓐ $\{1; 2; 3; 4; 8; 9; 7; 12\}$. Ⓑ $\{4; 7\}$. Ⓒ $\{2; 8; 9; 12\}$. Ⓓ $\{1; 3\}$.

📦 **Câu 8.** Cho hai tập hợp $A = \{2; 4; 6; 9; 10\}$ và $B = \{2; 3; 4; 5\}$. Tập hợp $A \setminus B$ bằng tập nào sau đây?

- Ⓐ $\{6; 9; 10\}$. Ⓑ $A = \{1, 2, 3, 5\}$. Ⓒ $\{1; 3; 6; 9\}$. Ⓓ \emptyset .

📦 **Câu 9.** Cho $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$. Tập hợp $A \setminus B$ bằng:

- Ⓐ $\{0\}$. Ⓑ $\{0; 1\}$. Ⓒ $\{1; 2\}$. Ⓓ $\{1; 5\}$.

📦 **Câu 10.** Cho hai tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4\}$, $Y = \{1; 2\}$. $C_X Y$ là tập hợp sau đây?

- Ⓐ $\{1; 2\}$. Ⓑ $\{1; 2; 3; 4\}$. Ⓒ \emptyset . Ⓓ $\{3; 4\}$.

📦 **Câu 11.** Cho hai tập hợp $A = \{0; 2\}$ và $B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Số tập hợp X thỏa mãn $A \cup X = B$ là:

- Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 5.

📦 **Câu 12.** Cho hai tập hợp $A = \{0; 1\}$ và $B = \{0; 1; 2; 3; 4\}$. Số tập hợp X thỏa mãn $X \subset C_B A$ là:

- Ⓐ 6. Ⓑ 5. Ⓒ 8. Ⓓ 3.

⇒ **Câu 13.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Tìm số tập hợp X sao cho $A \setminus X = \{1; 3; 5\}$ và $X \setminus A = \{6; 7\}$.

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

⇒ **Câu 14.** Một lớp học có 25 học sinh giỏi môn Toán, 23 học sinh giỏi môn Lý, 14 học sinh giỏi cả môn Toán và Lý và có 6 học sinh không giỏi môn nào cả. Hỏi lớp đó có bao nhiêu học sinh?

- (A) 68. (B) 26. (C) 54. (D) 40.

⇒ **Câu 15.** Lớp 10A có 45 học sinh trong đó có 25 em học giỏi môn Toán, 23 em học giỏi môn Lý, 20 em học giỏi môn Hóa, 11 em học giỏi cả môn Toán và môn Lý, 8 em học giỏi cả môn Lý và môn Hóa, 9 em học giỏi cả môn Toán và môn Hóa. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu bạn học giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa, biết rằng mỗi học sinh trong lớp học giỏi ít nhất một trong 3 môn Toán, Lý, Hóa?

- (A) 6. (B) 4. (C) 3. (D) 5.

⇒ **Câu 16.** Ký hiệu H là tập hợp các học sinh của lớp 10A3. T là tập hợp các học sinh nam, G là tập hợp các học sinh nữ. Khẳng định nào sau đây SAI?

- (A) $G \setminus T = \emptyset$. (B) $T \cup G = H$. (C) $T \cap G = \emptyset$. (D) $H \setminus T = G$.

⇒ **Câu 17.** Một lớp học có 25 học sinh chơi bóng đá, 23 học sinh chơi bóng bàn, 14 học sinh chơi cả bóng đá và bóng bàn và 6 học sinh không chơi môn nào. Số học sinh chỉ chơi 1 môn thể thao là?

- (A) 20. (B) 48. (C) 34. (D) 28.

⇒ **Câu 18.** Cho A, B, C là ba tập hợp. Mệnh đề nào sau đây là SAI?

- (A) $A \subset B \Rightarrow A \cap C \subset B \cap C$. (B) $A \subset B; B \subset C \Rightarrow A \subset C$.
 (C) $A \subset B \Rightarrow C \setminus A \subset C \setminus B$. (D) $A \subset B \Rightarrow A \cup C \subset B \cup C$.

⇒ **Câu 19.** Cho các tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | x^2 - 7x + 6 = 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} | |x| < 4\}$. Khi đó:

- (A) $A \cup B = A$. (B) $A \setminus B \subset A$. (C) $A \cap B = A \cup B$. (D) $B \setminus A = \emptyset$.

⇒ **Câu 20.** Cho $A = \{x \in \mathbb{N} | (2x - x^2)(2x^2 - 3x - 2) = 0\}$; $B = \{n \in \mathbb{N}^* | 3 < n^2 < 30\}$. Khi đó tập hợp $A \cap B$ bằng:

- (A) $\{2; 4\}$. (B) $\{2\}$. (C) $\{4; 5\}$. (D) $\{3\}$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. C	2. D	3. D	4. A	5. A	6. B	7. B	8. A	9. B	10. D
11. C	12. C	13. D	14. D	15. D	16. A	17. A	18. C	19. B	20. B

BÀI TẬP SỐ 2

- ☞ **Câu 1.** Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\}$. Tập A là tập nào sau đây?
 (A) $(-3; 1)$. (B) $\{-3; 1\}$. (C) $[-3; 1]$. (D) $[-3; 1)$.
- ☞ **Câu 2.** Sử dụng các kí hiệu khoảng, đoạn để viết tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 \leq x \leq 9\}$:
 (A) $A = [4; 9]$. (B) $A = (4; 9]$. (C) $A = [4; 9)$. (D) $A = (4; 9)$.
- ☞ **Câu 3.** Cho tập hợp $A = (-\infty; -1]$ và tập $B = (-2; +\infty)$. Khi đó $A \cup B$ là:
 (A) \mathbb{R} . (B) $(-2; +\infty)$. (C) $(-2; -1]$. (D) \emptyset .
- ☞ **Câu 4.** Cho hai tập hợp $A = [-5; 3]$, $B = (1; +\infty)$. Khi đó $A \cap B$ là tập nào sau đây?
 (A) $(1; 3)$. (B) $[-5; +\infty)$. (C) $[-5; 1]$. (D) $(1; 3]$.
- ☞ **Câu 5.** Cho $A = (-2; 1)$, $B = [-3; 5]$. Khi đó $A \cap B$ là tập hợp nào sau đây?
 (A) $(-2; 1)$. (B) $[-2; 1]$. (C) $(-2; 5]$. (D) $[-2; 5]$.
- ☞ **Câu 6.** Cho hai tập hợp $A = (1; 5]$; $B = (2; 7]$. Tập hợp $A \setminus B$ là:
 (A) $(1; 2]$. (B) $(2; 5)$. (C) $(-1; 7]$. (D) $(-1; 2)$.
- ☞ **Câu 7.** Cho tập hợp $A = (2; +\infty)$. Khi đó $C_{\mathbb{R}}A$ là:
 (A) $[2; +\infty)$. (B) $(2; +\infty)$. (C) $(-\infty; -2]$. (D) $(-\infty; 2]$.
- ☞ **Câu 8.** Cho các số thực a, b, c, d và $a < b < c < d$. Khẳng định nào sau đây là ĐÚNG ?
 (A) $(a; c) \cap (b; d) = (b; c)$. (B) $(a; c) \cap (b; d) = (b; c]$. (C) $(a; c) \cap [b; d) = [b; c]$. (D) $(a; c) \cup [b; d) = (b; c)$.
- ☞ **Câu 9.** Cho ba tập hợp $A = [-2; 2]$, $B = [1; 5]$, $C = [0; 1)$. Khi đó tập $(A \setminus B) \cap C$ là:
 (A) $\{0; 1\}$. (B) $[0; 1)$. (C) $(-2; 1)$. (D) $[-2; 5]$.
- ☞ **Câu 10.** Cho $A = [1; 4]$; $B = (2; 6)$; $C = (1; 2)$. Tìm $A \cap B \cap C$:
 (A) $[0; 4]$. (B) $[5; +\infty)$. (C) $(-\infty; 1)$. (D) \emptyset .
- ☞ **Câu 11.** Cho hai tập $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x + 3 < 4 + 2x\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 5x - 3 < 4x - 1\}$. Tất cả các số tự nhiên thuộc cả hai tập A và B là:
 (A) 0 và 1. (B) 1. (C) 0. (D) Không có.
- ☞ **Câu 12.** Cho $A = [-4; 7]$, $B = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. Khi đó $A \cap B$:
 (A) $[-4; -2) \cup (3; 7]$. (B) $[-4; -2) \cup (3; 7)$. (C) $(-\infty; 2] \cup (3; +\infty)$. (D) $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
- ☞ **Câu 13.** Cho $A = (-\infty; -2]$, $B = [3; +\infty)$, $C = (0; 4)$. Khi đó tập $(A \cup B) \cap C$ là:
 (A) $[3; 4]$. (B) $[3; 4)$. (C) $(-\infty; -2] \cup (3; +\infty)$. (D) $(-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.
- ☞ **Câu 14.** Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x + 2 \geq 0\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 5 - x \geq 0\}$. Khi đó $A \cap B$ là:
 (A) $[-2; 5]$. (B) $[-2; 6]$. (C) $[-5; 2]$. (D) $(-2; +\infty)$.
- ☞ **Câu 15.** Cho hai tập hợp $A = [-2; 7)$, $B = (1; 9]$. Tìm $A \cup B$.
 (A) $(1; 7)$. (B) $(7; 9]$. (C) $[-2; 1)$. (D) $[-2; 9]$.
- ☞ **Câu 16.** Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 1\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 3\}$. Tìm $A \cap B$.
 (A) $(-3; 1)$. (B) $[-5; 3]$. (C) $(1; 3]$. (D) $[-5; 3)$.
- ☞ **Câu 17.** Cho 3 tập hợp $A = (-\infty; 0]$, $B = (1; +\infty)$, $C = [0; 1)$. Khi đó $(A \cup B) \cap C$ bằng:
 (A) $\{0\}$. (B) \mathbb{R} . (C) $\{0; 1\}$. (D) \emptyset .
- ☞ **Câu 18.** Cho hai tập hợp $A = [-2; 3]$, $B = (1; +\infty)$. Khi đó $C_{\mathbb{R}}(A \cup B)$ bằng:
 (A) $(-\infty; -2)$. (B) $(1; 3)$. (C) $(-\infty; 1] \cup [3; +\infty)$. (D) $[3; +\infty)$.
- ☞ **Câu 19.** Cho tập hợp $C_{\mathbb{R}}A = [-3; \sqrt{8}]$, $C_{\mathbb{R}}B = (-5; 2) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{11})$. Tập $C_{\mathbb{R}}(A \cap B)$ là:
 (A) $(-5; \sqrt{11})$. (B) $(-3; 2) \cup (\sqrt{3}; \sqrt{8})$. (C) $(-3; \sqrt{3})$. (D) \emptyset .
- ☞ **Câu 20.** Cho 3 tập hợp: $A = (-\infty; 1]$; $B = [-2; 2]$ và $C = (0; 5)$. Tính $(A \cap B) \cup (A \cap C) = ?$
 (A) $[-2; 1]$. (B) $(-2; 5)$. (C) $(0; 1]$. (D) $[1; 2]$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. A	5. A	6. A	7. D	8. A	9. B	10. D
11. A	12. A	13. B	14. A	15. D	16. A	17. A	18. A	19. A	20. A

BÀI TẬP SỐ 3

📁 **Câu 1.** Cho tập hợp $A = [m; m + 2], B = [-1; 2]$. Tìm điều kiện của m để $A \subset B$.

- Ⓐ $m \leq -1$ hoặc $m \geq 0$. Ⓑ $1 \leq m \leq 2$. Ⓒ $-1 \leq m \leq 0$. Ⓓ $m < 1$ hoặc $m > 2$.

📁 **Câu 2.** Cho tập hợp $A = (0; +\infty)$ và $B = \{x \in \mathbb{R} | mx^2 - 4x + m - 3 = 0\}$. Tìm m để B có ĐÚNG hai tập con và $B \subset A$.

- Ⓐ $\begin{cases} 0 < m \leq 3 \\ m = 4 \end{cases}$. Ⓑ $m > 0$. Ⓒ $m = 4$. Ⓓ $m > 0$.

📁 **Câu 3.** Cho hai tập hợp $A = [-2; 3], B = (m; m + 6)$. Điều kiện để $A \subset B$ là:

- Ⓐ $-3 \leq m \leq -2$. Ⓑ $m \geq -2$. Ⓒ $m < -3$. Ⓓ $-3 < m < -2$.

📁 **Câu 4.** Cho hai tập hợp $X = (0; 3]$ và $Y = (a; 4)$. Tìm tất cả các giá trị của $a \leq 4$ để $X \cap Y \neq \emptyset$.

- Ⓐ $\begin{cases} a < 3 \\ a \geq 4 \end{cases}$. Ⓑ $a < 3$. Ⓒ $a < 0$. Ⓓ $a > 3$.

📁 **Câu 5.** Cho hai tập hợp $A = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq |x| \leq 2\}; B = (-\infty; m - 2] \cup [m; +\infty)$. Tìm tất cả các giá trị của m để $A \subset B$.

- Ⓐ $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq -2 \\ m = 1 \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} m \geq 4 \\ m \leq -2 \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} m > 4 \\ m < -2 \\ m = 1 \end{cases}$. Ⓓ $-2 < m < 4$.

📁 **Câu 6.** Cho số thực $a < 0$. Điều kiện cần và đủ để $(-\infty; 9a) \cap \left(\frac{4}{a}; +\infty\right) \neq \emptyset$ là:

- Ⓐ $-\frac{2}{3} < a < 0$. Ⓑ $-\frac{2}{3} \leq a < 0$. Ⓒ $-\frac{3}{4} < a < 0$. Ⓓ $-\frac{3}{4} \leq a < 0$.

📁 **Câu 7.** Cho tập hợp $A = [m; m + 2], B = [1; 3]$. Điều kiện để $A \cap B = \emptyset$ là:

- Ⓐ $m < -1$ hoặc $m > 3$. Ⓑ $m \leq -1$ hoặc $m > 3$. Ⓒ $m \leq -1$ hoặc $m \geq 3$. Ⓓ $m < -1$ hoặc $m \geq 3$.

📁 **Câu 8.** Cho hai tập hợp $A = [-3; -1] \cup [2; 4], B = (m - 1; m + 2)$. Tìm m để $A \cap B \neq \emptyset$.

- Ⓐ $|m| > 5$. Ⓑ $1 \leq m \leq 3$. Ⓒ $|m| < 5$ và $m \neq 0$. Ⓓ $m > 0$.

📁 **Câu 9.** Cho 3 tập hợp $A = (-3; -1) \cup (1; 2), B = (m; +\infty), C = (-\infty; 2m)$. Tìm m để $A \cap B \cap C \neq \emptyset$.

- Ⓐ $m \geq 2$. Ⓑ $\frac{1}{2} < m < 2$. Ⓒ $m \geq 0$. Ⓓ $m \leq -1$.

📁 **Câu 10.** Cho hai tập $A = [0; 5]; B = (2a; 3a + 1], a > -1$. Với giá trị nào của a thì $A \cap B \neq \emptyset$

- Ⓐ $\begin{cases} a < \frac{5}{2} \\ a \geq -\frac{1}{3} \end{cases}$. Ⓑ $-\frac{1}{3} \leq a \leq \frac{5}{2}$. Ⓒ $-\frac{1}{3} \leq a < \frac{5}{2}$. Ⓓ $\begin{cases} a \geq \frac{5}{2} \\ a < -\frac{1}{3} \end{cases}$.

📁 BẢNG ĐÁP ÁN 📁

- | | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1. C | 2. C | 3. D | 4. B | 5. A | 6. A | 7. D | 8. C | 9. B | 10. C |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|

CHỦ ĐỀ 1. HÀM SỐ

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Định nghĩa

Cho $D \subset \mathbb{R}, D \neq \emptyset$. Hàm số f xác định trên D là một qui tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D$ với một và chỉ một số $y \in \mathbb{R}$. Trong đó:

- x được gọi là biến số (đối số), y được gọi là giá trị của hàm số f tại x . Kí hiệu: $y = f(x)$.
- D được gọi là tập xác định của hàm số.
- $T = \{y = f(x) | x \in D\}$ được gọi là tập giá trị của hàm số.

2. Cách cho hàm số: cho bằng bảng, biểu đồ, công thức $y = f(x)$.

- Tập xác định của hàm $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

3. Chiều biến thiên của hàm số: Giả sử hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D . Khi đó:

- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
- Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên $D \Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in D$ và $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

4. Tính chẵn lẻ của hàm số: Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

- Hàm số f được gọi là hàm số chẵn nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số f được gọi là hàm số lẻ nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.
- Tính chất của đồ thị hàm số chẵn và hàm số lẻ:

+Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung Oy làm trục đối xứng.

+Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

5. Đồ thị của hàm số: Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy với mọi $x \in D$.

Chú ý: Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường. Khi đó ta nói $y = f(x)$ là phương trình của đường đó.

B DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm tập xác định của hàm số.

Ví dụ 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = x^4 - 2021x^2 - 2022$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Hàm số là hàm đa thức nên xác định với mọi số thực x .

Vậy tập xác định của hàm số: $y = x^4 - 2021x^2 - 2022$ là $D = \mathbb{R}$.

Ví dụ 2. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Điều kiện xác định: $x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$. Vậy tập xác định của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ví dụ 3. Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ là:

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Hàm số $y = \sqrt{3x-1}$ xác định $\Leftrightarrow 3x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$. Vậy $D = \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$.

Ví dụ 4. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ là:

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

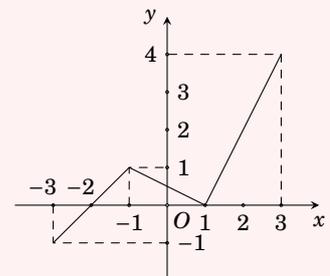
Hàm số $y = \frac{3x+4}{(x-2)\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ x+4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 2 \\ x > -4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-4; +\infty) \setminus \{2\}$.

📁 Dạng 2. Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số.

Ví dụ 5.

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị như hình vẽ.
Xét sự biến thiên của hàm số?



Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Trên $[-3; 3]$ hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$; nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

📁 Dạng 3. Tính chẵn lẻ của hàm số

Ví dụ 6. Xét tính chẵn lẻ của hàm số $y = \frac{4}{x}$.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Xét hàm số $y = \frac{4}{x}$ TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Với $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Ta có $f(x) = \frac{4}{x}$; $f(-x) = -\frac{4}{x}$. Suy ra $-f(x) = f(-x)$.

Vậy hàm số $y = \frac{4}{x}$ là hàm số lẻ.

Ví dụ 7. Xét tính chẵn lẻ của $y = f(x) = 3x^4 - 4x^2 + 3$.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Ta có $\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = 3(-x)^4 - 4(-x)^2 + 3 = 3x^4 - 4x^2 + 3 = f(x), \forall x \in D \end{cases}$

Do đó hàm số $y = f(x)$ là hàm số chẵn.

🕒 BÀI TẬP TỰ LUẬN

👉 **Câu 1.** Tìm tập xác định của hàm số:

$$1. y = \frac{x+3}{2x-4}$$

$$3. y = \frac{2x+1}{x^2-3x+2}$$

$$5. y = \frac{x-1}{x^3+1}$$

$$7. y = \frac{1}{x^4-2x^2+3}$$

$$2. y = \frac{2x+5}{4-3x}$$

$$4. y = \frac{x-1}{x^2-x+1}$$

$$6. y = \frac{x-2}{(1-x)(x^2-4x+3)}$$

👉 **Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số:

$$1. y = \sqrt{2-5x}$$

$$7. y = \sqrt{x+3-2\sqrt{x+2}}$$

$$12. y = \sqrt[3]{x^2-4} + \sqrt{x^2-4x+4}$$

$$2. y = \frac{\sqrt{x-2}}{x+1}$$

$$8. y = \frac{\sqrt{5-2x}}{(x-2)\sqrt{x-1}}$$

$$13. y = \sqrt{\sqrt{x^2+2x+2} - (x+1)}$$

$$3. y = \frac{x+5}{(x+1)\sqrt{x-1}}$$

$$9. y = \sqrt{2x-4} + \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$$

$$14. y = \frac{1}{\sqrt{x-2}\sqrt{x-1}}$$

$$4. y = \sqrt{|2x-4|}$$

$$10. y = \sqrt{x+3} + \frac{x}{x^2-3x+2}$$

$$16. y = \frac{x+3}{\sqrt{|x-1|+|3-2x|+x-2}}$$

$$5. y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x+1}$$

$$11. y = \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$$

$$17. y = \frac{4x^2-1}{\sqrt{4-x|x|}}$$

$$6. y = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}$$

👉 **Câu 3.** Tìm tham số a để hàm số xác định:

$$1. y = \frac{2x+1}{x^2-6x+a-2} \text{ trên } D = \mathbb{R}$$

$$4. y = \sqrt{2x-3a+4} + \frac{x-a}{x+a-1} \text{ trên } D = (0; +\infty)$$

$$2. y = \frac{3x+1}{x^2-2ax+4} \text{ trên } D = \mathbb{R}$$

$$3. y = \sqrt{x-a} + \sqrt{2x-a-1} \text{ trên } D = (0; +\infty)$$

$$5. y = \frac{x+2a}{x-a+1} \text{ trên } D = (-1; 0)$$

6. $y = \frac{1}{\sqrt{x-a}} + \sqrt{-x+2a+6}$ trên $D = (-1; 0)$.

8. $y = \frac{1}{\sqrt{x+3a-2} + \sqrt{a+2-x}}$ trên $D = [-1; 1]$.

7. $y = \sqrt{2x+a+1} + \frac{1}{x-a}$ trên $D = (1; +\infty)$.

9. $y = \sqrt{2x+2a-1} + \sqrt{x+2a-5}$ trên $D = (1; +\infty)$.

☞ **Câu 4.** Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

1. $y = x^4 - 4x^2 + 2$.

6. $y = x + |x|$.

10. $y = (x-1)^2$.

2. $y = -2x^3 + 3x$.

7. $y = \frac{2x|x|}{\sqrt{x^2-1}}$.

11. $y = \frac{-x^4 + x^2 + 1}{2x}$.

3. $y = x^4 + 8x$.

8. $y = \sqrt{x-1}$.

12. $y = \frac{x^2+2}{\sqrt[3]{x^3-x}}$.

4. $y = |x+3| - |x-3|$.

9. $y = \sqrt[5]{2x-3} - \sqrt[5]{2x+3}$.

13. $y = \sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x-2}$.

5. $y = |2x+5| + |2x-5|$.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

☞ **Câu 1.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x-3}{2x-2}$ là:

Ⓐ $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ⓒ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ⓓ $(1; +\infty)$.

☞ **Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x+2}{(x-3)^2}$ là:

Ⓐ $\mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ⓑ $(-\infty; 3)$.

Ⓒ $(3; +\infty)$.

Ⓓ \mathbb{R} .

☞ **Câu 3.** Tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$ là:

Ⓐ $D = [1; +\infty)$.

Ⓑ $D = \mathbb{R}$.

Ⓒ $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ⓓ $D = (1; +\infty)$.

☞ **Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{5}{x^2-1}$ là:

Ⓐ $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ⓑ $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ⓒ \mathbb{R} .

Ⓓ $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$.

☞ **Câu 5.** Tập xác định của hàm số $f(x) = \frac{x+5}{x-1} + \frac{x-1}{x+5}$ là:

Ⓐ $D = \mathbb{R}$.

Ⓑ $D = \mathbb{R} \setminus \{-5; 1\}$.

Ⓒ $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ⓓ $D = \mathbb{R} \setminus \{-5\}$.

☞ **Câu 6.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3-x}{x^2-5x-6}$ là:

Ⓐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 6\}$.

Ⓑ $D = \{-1; 6\}$.

Ⓒ $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -6\}$.

Ⓓ $D = \{1; -6\}$.

☞ **Câu 7.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$.

Ⓐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; \pm 2\}$.

Ⓑ $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ⓒ $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$.

Ⓓ $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 2\}$.

☞ **Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{8-2x} - x$ là:

Ⓐ $[0; 4]$.

Ⓑ $[0; +\infty)$.

Ⓒ $(-\infty; 4]$.

Ⓓ $[4; +\infty)$.

☞ **Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{4-x} + \sqrt{x-2}$ là:

Ⓐ $D = [2; 4]$.

Ⓑ $D = (2; 4)$.

Ⓒ $D = \{2; 4\}$.

Ⓓ $D = (-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$.

☞ **Câu 10.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1+2x} + \sqrt{6+x}$ là:

Ⓐ $\left[-6; -\frac{1}{2}\right]$.

Ⓑ $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ⓒ $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Ⓓ $[-6; +\infty)$.

☞ **Câu 11.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$.

Ⓐ $[0; +\infty)$.

Ⓑ $[-3; +\infty)$.

Ⓒ $[-1; +\infty)$.

Ⓓ $[-2; +\infty)$.

☞ **Câu 12.** Tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} + 4\sqrt{3-x}$ là:

Ⓐ $D = [-2; 3]$.

Ⓑ $D = (-2; 3)$.

Ⓒ $D = [-3; +\infty)$.

Ⓓ $D = (-\infty; 3]$.

⇒ Câu 13. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x-3} - 3\sqrt{2-x}$ là:

- Ⓐ $\left[\frac{3}{2}; 2\right]$. Ⓑ $(2; +\infty)$. Ⓒ $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. Ⓓ \emptyset .

⇒ Câu 14. Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{2x^2-7x+3} - 3\sqrt{-2x^2+9x-4}$ là:

- Ⓐ $\left[\frac{1}{2}; 4\right]$. Ⓑ $[3; 4] \cup \left\{\frac{1}{2}\right\}$. Ⓒ $[3; +\infty)$. Ⓓ $[3; 4]$.

⇒ Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{6x}{\sqrt{4-3x}}$

- Ⓐ $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$. Ⓑ $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$. Ⓒ $D = \left[\frac{4}{3}; +\infty\right)$. Ⓓ $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

⇒ Câu 16. Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2x-5}} + \sqrt{9-x}$ là:

- Ⓐ $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right]$. Ⓑ $D = \left(\frac{5}{2}; 9\right)$. Ⓒ $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right)$. Ⓓ $D = \left[\frac{5}{2}; 9\right]$.

⇒ Câu 17. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

- Ⓐ $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$. Ⓑ $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$. Ⓒ $D = \mathbb{R}$. Ⓓ $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

⇒ Câu 18. Hàm số nào sau đây có tập xác định là \mathbb{R} ?

- Ⓐ $y = x^2 - \sqrt{x^2+1} - 3$. Ⓑ $y = \frac{2\sqrt{x}}{x^2+4}$. Ⓒ $y = \frac{3x}{x^2-4}$. Ⓓ $y = x^2 - 2\sqrt{x-1} - 3$.

⇒ Câu 19. Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x-1} - \frac{3x-1}{(x^2-4)\sqrt{5-x}}$.

- Ⓐ $[1; 5] \setminus \{2\}$. Ⓑ $(-\infty; 5]$. Ⓒ $(1; 5] \setminus \{2\}$. Ⓓ $(1; +\infty) \setminus \{2; 5\}$.

⇒ Câu 20. Tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+4}}{(x+1)\sqrt{3-2x}}$ là:

- Ⓐ $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right)$. Ⓑ $D = \left[-4; \frac{3}{2}\right]$. Ⓒ $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. Ⓓ $D = [-4; -1) \cup \left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. C	2. A	3. C	4. D	5. B	6. B	7. A	8. C	9. A	10. C
11. C	12. A	13. A	14. B	15. D	16. A	17. A	18. A	19. C	20. D

BÀI TẬP SỐ 2

☞ **Câu 1.** Tập xác định của hàm số $f(x) = \sqrt{3-x} + \frac{1}{\sqrt{x-1}}$ là:

- (A) $D = (-\infty; 1) \cup [3; +\infty)$. (B) $D = (1; 3]$. (C) $D = [1; 3]$. (D) $D = \emptyset$.

☞ **Câu 2.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-x} + \frac{4}{5x-10}$.

- (A) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. (B) $D = [6; +\infty)$. (C) $D = (-\infty; 6] \setminus \{2\}$. (D) $D = (-\infty; 6]$.

☞ **Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x-1} + \frac{1}{x-3}$. Tập nào sau đây là tập xác định của hàm số $f(x)$?

- (A) $(1; +\infty)$. (B) $[1; +\infty)$. (C) $[1; 3) \cup (3; +\infty)$. (D) $(1; +\infty) \setminus \{3\}$.

☞ **Câu 4.** Tập xác định D của hàm số $y = (2x-1)\sqrt{3-2x} + \frac{1}{2x-2}$ là:

- (A) $D = \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right]$. (B) $D = \left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right) \setminus \{1\}$. (C) $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right) \setminus \{1\}$. (D) $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$.

☞ **Câu 5.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{3}{\sqrt{x+2}-1}$ là:

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. (B) $D = [-2; +\infty) \setminus \{-1\}$. (C) $D = [-2; +\infty)$. (D) $D = (1; +\infty)$.

☞ **Câu 6.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x^2-2x} + \frac{1}{\sqrt{25-x^2}}$.

- (A) $D = (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. (B) $D = (-5; 5)$. (C) $D = (-5; 0] \cup [2; 5)$. (D) $D = [-5; 0] \cup [2; 5]$.

☞ **Câu 7.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{(x^2-5x+6)\sqrt{4-x}}$ là:

- (A) $[-1; 4)$. (B) $[-1; 4) \setminus \{2; 3\}$. (C) $(-1; 4) \setminus \{2; 3\}$. (D) $(-1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

☞ **Câu 8.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{x^2-3x+2}$ là:

- (A) $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. (B) $D = [0; +\infty) \setminus \{1\}$. (C) $D = [0; +\infty) \setminus \{-1; 2\}$. (D) $D = [0; +\infty) \setminus \{1; 2\}$.

☞ **Câu 9.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-2}+6x}{\sqrt{4-3x}}$

- (A) $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right]$. (B) $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right]$. (C) $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right]$. (D) $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

☞ **Câu 10.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+2} + \frac{x^3}{4|x|-3}$

- (A) $D = [-2; +\infty)$. (B) $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.
(C) $D = \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$. (D) $D = [-2; +\infty) \setminus \left\{-\frac{3}{4}; \frac{3}{4}\right\}$.

☞ **Câu 11.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x}{|x|x+1} - \sqrt{3-x}$ là:

- (A) $(-\infty; 3) \setminus \{-1\}$. (B) $(-\infty; 3]$. (C) $(-\infty; 3] \setminus \{-1\}$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

☞ **Câu 12.** Cho hàm số $y = x^2$. Chọn mệnh đề ĐÚNG ?

- (A) Hàm số trên là hàm chẵn. (B) Hàm số trên vừa chẵn vừa lẻ.
(C) Hàm số trên là hàm số lẻ. (D) Hàm số trên không chẵn không lẻ.

☞ **Câu 13.** Hàm số $y = x^4 - x^2 + 3$ là:

- (A) hàm số vừa chẵn, vừa lẻ. (B) hàm số không chẵn, không lẻ.
(C) hàm số chẵn. (D) hàm số lẻ.

☞ **Câu 14.** Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

- (A) $h(x) = x + \frac{1}{x}$. (B) $g(x) = |x|$. (C) $k(x) = x^2 + x$. (D) $f(x) = \sqrt{x^2+1} - 2$.

☞ **Câu 15.** Cho các hàm số

(I) $y = 3x + 2$

(II) $y = x^2 + 5x + 2022$

(III) $y = 5x^3 - 3x^2 + x + 1$

(IV) $y = x^4 - x^2 + 1$

Có bao nhiêu hàm số chẵn?

A 0.

B 1.

C 2.

D 3.

⇒ Câu 16. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A $y = x^2 + \frac{1}{x}$.

B $y = \frac{x}{x^4 - 2x^2 + 1}$.

C $y = (2x - 1)^{2022} + (2x + 1)^{2022}$.

D $y = \frac{1}{4x^3}$.

⇒ Câu 17. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A $y = x^3 - 2x$.

B $y = \sqrt{x+1}$.

C $y = 3x^4 + x^2 + 5$.

D $y = 2x^2 + x$.

⇒ Câu 18. Có bao nhiêu hàm số xác định trên \mathbb{R} vừa là hàm số chẵn vừa là hàm số lẻ?

A 0.

B 1.

C 2.

D Vô số.

⇒ Câu 19. Hàm số $f(x) = -x + |x+2| - |x-2|$ là:

A hàm số chẵn.

B hàm số lẻ.

C hàm số không chẵn, không lẻ.

D hàm số vừa chẵn, vừa lẻ.

⇒ Câu 20. Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

A $f(x) = x^2 - |x|$.

B $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$.

C $f(x) = x^3 + x + 1$.

D $f(x) = \frac{x}{x+1}$.

⇒ BẢNG ĐÁP ÁN ⇒

1. B	2. C	3. C	4. C	5. B	6. C	7. B	8. D	9. A	10. D
11. C	12. A	13. C	14. A	15. B	16. C	17. C	18. B	19. B	20. B

BÀI TẬP SỐ 3

- 👉 **Câu 1.** Giả sử $D = (a; b)$ là tập xác định của hàm số $y = \frac{x+3}{\sqrt{-x^2+3x-2}}$. Tính $S = a^2 + b^2$.
- (A) $S = 7$. (B) $S = 5$. (C) $S = 4$. (D) $S = 3$.
- 👉 **Câu 2.** Hàm số $y = \frac{x^2-7x+8}{x^2-3x+1}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{a; b\}; a \neq b$. Tính giá trị biểu thức $Q = a^3 + b^3 - 4ab$.
- (A) $Q = 14$. (B) $Q = 11$. (C) $Q = -14$. (D) $Q = 10$.
- 👉 **Câu 3.** Với giá trị nào của m thì hàm số $y = \frac{2x+1}{x^2-2x-3-m}$ xác định trên \mathbb{R} .
- (A) $m \leq -4$. (B) $m < -4$. (C) $m > 0$. (D) $m < 4$.
- 👉 **Câu 4.** Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{3x+5}{x-1}} - 4$ là $(a; b]$ với a, b là các số thực. Tính tổng $a + b$.
- (A) $a + b = -8$. (B) $a + b = -10$. (C) $a + b = 10$. (D) $a + b = 8$.
- 👉 **Câu 5.** Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3mx + 4}$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R}$.
- (A) $|m| < \frac{4}{3}$. (B) $|m| > \frac{4}{3}$. (C) $|m| \leq \frac{4}{3}$. (D) $|m| \geq \frac{4}{3}$.
- 👉 **Câu 6.** Tìm m để hàm số $y = (x-2)\sqrt{3x-m-1}$ xác định trên tập $(1; +\infty)$?
- (A) $m < 2$. (B) $m > 2$. (C) $m \leq 2$. (D) $m \geq 2$.
- 👉 **Câu 7.** Tìm m để hàm số $y = \frac{x\sqrt{2}+1}{x^2+2x-m+1}$ có tập xác định là \mathbb{R} .
- (A) $m \geq 1$. (B) $m > 2$. (C) $m < 0$. (D) $m \leq 3$.
- 👉 **Câu 8.** Tìm các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1; 2)$.
- (A) $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 2 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} m < -1 \\ m > 2 \end{cases}$. (D) $-1 < m < 2$.
- 👉 **Câu 9.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \sqrt{2x-m}$ xác định với $\forall x > 0$.
- (A) $m \geq 1$. (B) $m \leq 0$. (C) $m > 0$. (D) $m < 1$.
- 👉 **Câu 10.** Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-2m+1}$ xác định với mọi $x \in [1; 3]$ là:
- (A) $(-\infty; 1]$. (B) $\{2\}$. (C) $(-\infty; 2]$. (D) $\{1\}$.
- 👉 **Câu 11.** Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \sqrt{x-m+2} + \frac{1}{\sqrt{5-x}}$ có tập xác định $D = [0; 5)$.
- (A) $m = 2$. (B) $m \geq 0$. (C) $m \geq 2$. (D) $m \leq -2$.
- 👉 **Câu 12.** Tìm điều kiện của m để hàm số $y = \sqrt{x^2-x+m}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$
- (A) $m > \frac{1}{4}$. (B) $m > -\frac{1}{4}$. (C) $m \geq \frac{1}{4}$. (D) $m \leq \frac{1}{4}$.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. B	2. A	3. B	4. C	5. C	6. C	7. C	8. B	9. B	10. A
11. A	12. C								

CHỦ ĐỀ 2. HÀM SỐ BẬC NHẤT

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Định nghĩa: Hàm số bậc nhất $y = ax + b, (a \neq 0)$.

• Sự biến thiên:

+, Khi $a > 0$, hàm số đồng biến trên \mathbb{R} .

+, Khi $a < 0$, hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} .

+, Khi $a = 0$, hàm số có dạng $y = b$ được gọi là **hàm số hằng**.

• Đồ thị là đường thẳng có hệ số góc bằng a , cắt trục tung tại điểm $B(0; b)$.

Chú ý: Cho hai đường thẳng $d: y = ax + b$ và $d': y = a'x + b'$

+, $d // d' \Leftrightarrow a = a'$ và $b \neq b'$.

+, $d \equiv d' \Leftrightarrow a = a'$ và $b = b'$.

+, d cắt $d' \Leftrightarrow a \neq a'$.

+, $d \perp d' \Leftrightarrow a \cdot a' = -1$.

2. Hàm số $y = |ax + b| (a \neq 0)$.

$$y = |ax + b| = \begin{cases} ax + b & \text{khi } x \geq -\frac{b}{a} \\ -(ax + b) & \text{khi } x < -\frac{b}{a} \end{cases}$$

Chú ý: Để vẽ đồ thị của hàm số $y = |ax + b|$ ta có thể vẽ hai đường thẳng $y = ax + b$ và $y = -ax - b$, rồi xoá đi hai phần đường thẳng nằm ở phía dưới trục hoành.

B DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số

Ví dụ 1. Cho các hàm số sau:

$$y = 2x + 3; y = 1 - 0,3x; y = (1 - \sqrt{2})(x - 1) + 1; y = \frac{2x + 5}{3} - \frac{x}{2}; y = \frac{1}{2} - \frac{3 + x}{5}$$

Trong các hàm số trên, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên \mathbb{R} ?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

— Hàm số $y = 2x + 3$ có hệ số góc $a = 2 > 0$ nên đồng biến trên \mathbb{R} .

— Hàm số $y = 1 - 0,3x$ có hệ số góc $a = -0,3 < 0$ nên nghịch biến trên \mathbb{R} .

— Hàm số $y = (1 - \sqrt{2})(x - 1) + 1$ có hệ số góc $a = 1 - \sqrt{2} < 0$ nên nghịch biến trên \mathbb{R} .

— Hàm số $y = \frac{2x + 5}{3} - \frac{x}{2} \Leftrightarrow y = \frac{x}{6} + \frac{5}{6}$ có hệ số góc $a = \frac{1}{6} > 0$ nên đồng biến trên \mathbb{R} .

— Hàm số $y = \frac{1}{2} - \frac{3 + x}{5}$ có hệ số góc $a = -\frac{1}{5} < 0$ nên nghịch biến trên \mathbb{R} .

Ví dụ 2. Cho hàm số $y = (m+2)x + \sqrt{2-m}$. Có bao nhiêu giá trị $m \in \mathbb{Z}$ để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} ?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Hàm số có dạng $y = ax + b$, nên để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m+2 > 0 \\ 2-m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \leq 2 \end{cases}.$$

Mặt khác do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên của m .

📁 **Dạng 2. xác định hàm số bậc nhất**

Ví dụ 3. Xác định hàm số bậc nhất $y = f(x)$ biết $f(-1) = 2$, $f(2) = -3$?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Giả sử $f(x) = a \cdot x + b$

$$\text{Ta có } \begin{cases} f(-1) = 2 \\ f(2) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 2 \\ 2a + b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{5}{3} \\ b = \frac{1}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } y = \frac{-5x+1}{3}.$$

Ví dụ 4. Tìm a và b biết rằng đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $M(1; -1)$ và song song với $y = 2x + 3$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

$(d) y = ax + b$, $(\Delta) y = 2x + 3$. Có $(d) // (\Delta) \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b \neq 3 \end{cases}$. Có $M(1; -1) \in (d) \Rightarrow -1 = a + b$, có $a = 2$.

Suy ra $b = -3$ (nhận). Vậy $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$.

Ví dụ 5. Gọi $M(a; b)$ là điểm sao cho đường thẳng $y = 2mx + 1 - m$ luôn đi qua, dù m lấy bất cứ giá trị nào. Tìm $2a + b$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

$M(a; b)$ là điểm cố định mà đường thẳng đi qua $\forall m$.

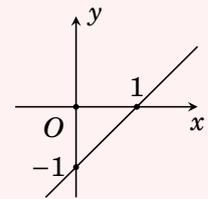
$$\text{Ta có: } b = 2ma + 1 - m \Leftrightarrow b = m(2a - 1) + 1 \Leftrightarrow m(2a - 1) - b + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2a - 1 = 0 \\ -b + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow M = \left(\frac{1}{2}; 1\right).$$

$$\text{Do đó } a = \frac{1}{2}; b = 1 \Rightarrow 2a + b = 2.$$

📁 **Dạng 3. Đồ thị hàm số**

Ví dụ 6.

Vẽ đồ thị hàm số sau: $y = x - 1$



Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

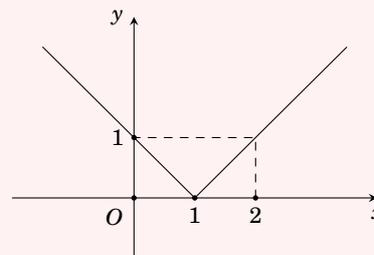
Đồ thị trong hình là đường thẳng, nên giả sử $d: y = ax + b$ ($a \neq 0$).

$$\text{Dựa vào đồ thị bên ta có: } \begin{cases} (1; 0) \in d \\ (0; -1) \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 0 \\ b = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \end{cases}$$

Vậy $d: y = x - 1$.

Ví dụ 7.

Vẽ đồ thị hàm số sau: $y = |x - 1|$

**Phân tích hướng dẫn giải**

⚡⚡⚡ LỜI GIẢI CHI TIẾT ⚡⚡⚡

Khi $x \geq 1$ đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm $(1;0)$, $(2;1)$ nên hàm số cần tìm trong trường hợp này là $y = x - 1$.

Khi $x \leq 1$ đồ thị hàm số là đường thẳng đi qua hai điểm $(1;0)$, $(0;1)$ nên hàm số cần tìm trong trường hợp này là $y = -x + 1$.

Vậy hàm số cần tìm là $y = |x - 1|$.

Cách 2: Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$ nên loại $y = |x| - 1$. Đồ thị đi qua điểm $(1;0)$ nên loại $y = |x + 1|$, $y = |x| + 1$. Vậy chọn $y = |x - 1|$.

📁 **Dạng 4. Bài toán tương giao**

Ví dụ 8. Cho các đường thẳng sau đây:

$$3y - 6x + 1 = 0; y = -0,5x - 4; y = 3 + \frac{x}{2}; 2y + x = 6; 2x - y = 1 \text{ và } y = 0,5x + 1.$$

Trong các đường thẳng trên, có bao nhiêu cặp đường thẳng song song?

Phân tích hướng dẫn giải

⚡⚡⚡ LỜI GIẢI CHI TIẾT ⚡⚡⚡

Ta có: $3y - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow y = 2x - \frac{1}{3}$; $2y + x = 6 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3$; $2x - y = 1 \Leftrightarrow y = 2x - 1$.

Do đó có 3 cặp đường thẳng song song, đó là:

$$3y - 6x + 1 = 0 \text{ và } 2x - y = 1; y = -0,5x - 4 \text{ và } 2y + x = 6; y = 3 + \frac{x}{2} \text{ và } y = 0,5x + 1.$$

Ví dụ 9. Cho hai đường thẳng $(d): y = x + 1$ và $(d'): y = -x + 3$ cắt nhau tại C và cắt Ox theo thứ tự các điểm A và B . Tính diện tích S của tam giác ABC .

Phân tích hướng dẫn giải

⚡⚡⚡ LỜI GIẢI CHI TIẾT ⚡⚡⚡

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (d') : $x + 1 = -x + 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Với $x = 1$ thì $y = 1 + 1 = 2$. Ta có $C = (1;2)$.

Dễ thấy $A = (-1;0)$ và $B = (3;0)$.

Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}AB \cdot CH = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$.

Ví dụ 10. Tìm giá trị của m để ba đường thẳng $d_1 : y = 2x - 1$, $d_2 : y = 8 - x$, $d_3 : y = (3 - 2m)x + 2$ đồng quy.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

— Gọi M là giao điểm của d_1 và d_2 .

$$\text{Xét hệ } \begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 8 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x + y = -1 \\ x + y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow M(3;5).$$

— $M \in d_3$ nên ta có $5 = (3 - 2m) \cdot 3 + 2 \Leftrightarrow 5 = 9 - 6m + 2 \Leftrightarrow 6m = 6 \Leftrightarrow m = 1$.

C BÀI TẬP TỰ LUẬN

📌 **Câu 1.** Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

1. $y = 2x - 7$. 2. $y = -3x + 5$. 3. $y = \frac{x-3}{2}$. 4. $y = \frac{5-x}{3}$.

📌 **Câu 2.** Tìm tọa độ giao điểm của các cặp đường thẳng sau:

1. $y = 3x - 2; y = 2x + 3$. 2. $y = -3x + 2; y = 4(x - 3)$. 3. $y = 2x; y = -x - 3$. 4. $y = \frac{x-3}{2}; y = \frac{5-x}{3}$.

📌 **Câu 3.** Tìm giá trị k để đồ thị của hàm số $y = -2x + k(x + 1)$:

1. Đi qua gốc tọa độ O . 2. Đi qua điểm $M(-2;3)$. 3. Song song với $d : y = \sqrt{2}x$.

📌 **Câu 4.** Xác định a và b để đồ thị của hàm số $y = ax + b$

- Đi qua hai điểm $A(-1; -20), B(3; 8)$.
- Đi qua điểm $M(4; -3)$ và song song với đường thẳng $d: y = -\frac{2}{3}x + 1$.
- Cắt đường thẳng $d_1 : y = 2x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng -2 và cắt đường thẳng $d_2 : y = 3x + 4$ tại điểm có tung độ bằng -2 .
- Song song với đường thẳng $y = \frac{1}{2}x$ và đi qua giao điểm của hai đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 1$ và $y = 3x + 5$.

📌 **Câu 5.** Tìm các giá trị của m sao cho ba đường thẳng sau phân biệt và đồng quy:

- $y = 2x; y = -x - 3; y = mx + 5$. 4. $y = (5 - 3m)x + m - 2; y = -x + 11; y = x + 3$.
- $y = 5(x + 1); y = mx + 3; y = 3x + m$.
- $y = 2x - 1; y = 8 - x; y = (3 - 2m)x + 2$. 5. $y = -x + 5; y = 2x - 7; y = (m - 2)x + m^2 + 4$.

📌 **Câu 6.** Tìm điểm sao cho đường thẳng sau luôn đi qua dù m lấy bất cứ giá trị nào:

- $y = 2mx + 1 - m$. 3. $y = (2m + 5)x + m + 3$. 5. $y = (2m - 3)x + 2$.
- $y = mx - 3 - x$. 4. $y = m(x + 2)$. 6. $y = (m - 1)x - 2m$.

📌 **Câu 7.** Với giá trị nào của m thì hàm số sau đồng biến? nghịch biến?

⇒ **Câu 9.** Hàm số $y = (m - 1)x - \sqrt{2 - m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi

- (A) $1 < m \leq 2$. (B) $m \leq 2$. (C) $m < 1$. (D) $m > 1$.

⇒ **Câu 10.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = (1 - m^2)x + 3m - 1$ đồng biến trên \mathbb{R} .

- (A) $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$. (C) $-1 \leq m \leq 1$. (D) $-1 < m < 1$.

⇒ **Câu 11.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số $f(x) = (m + 1)x + m - 2$ đồng biến trên \mathbb{R} ?

- (A) 4. (B) 3. (C) 7. (D) 5.

⇒ **Câu 12.** Hàm số $y = (m - 1)x - \sqrt{2021 - m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$ khi

- (A) $m < 1$. (B) $1 < m \leq 2021$. (C) $m \leq 2$. (D) $m > 1$.

⇒ **Câu 13.** Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất của tham số m để hàm số $y = (2m + 5)x - m^2 + \sqrt{2021}$ đồng biến trên \mathbb{R} ?

- (A) $m = -2$. (B) $m = -3$. (C) 0. (D) $m = 1$.

⇒ **Câu 14.** Hàm số $y = \frac{5 - 3x}{5 - 3m}$ (m là tham số) nghịch biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi:

- (A) $m < \frac{5}{3}$. (B) $m \geq \frac{5}{3}$. (C) $m > \frac{5}{3}$. (D) $m \leq \frac{5}{3}$.

⇒ **Câu 15.** Cho các đường thẳng sau:

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}}x + 1; y = \frac{-1}{\sqrt{2}}x + 3; y = \frac{2}{\sqrt{2}}x + 2; y = \sqrt{2}x - 2; y = \frac{1}{\sqrt{2}}x - 1 \text{ và } y = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x - 3\right).$$

Trong các đường thẳng trên, có bao nhiêu cặp đường thẳng song song?

- (A) 2. (B) 1. (C) 0. (D) 3.

⇒ **Câu 16.** Tìm tất cả các giá trị của m để hai đường thẳng $y = -3x + 2$ và $y = (m^2 - 4)x - 2m$ song song với nhau?

- (A) $m = \pm 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = 1$. (D) $m = \pm \frac{\sqrt{39}}{3}$.

⇒ **Câu 17.** Cho hai đường thẳng $(d) : y = (m^2 - 3m)x + 3$ và $(d') : y = -2x + m + 1$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để hai đường thẳng song song với nhau?

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) Vô số.

⇒ **Câu 18.** Không vẽ đồ thị, hãy cho biết cặp đường thẳng nào sau đây cắt nhau?

- (A) $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x$ và $y = \frac{\sqrt{2}}{2}x - 1$. (B) $y = -\frac{1}{\sqrt{2}}x + 1$ và $y = -\left(\frac{\sqrt{2}}{2}x - 1\right)$.
 (C) $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x - 1$ và $y = \sqrt{2}x + 3$. (D) $y = \sqrt{2}x - 1$ và $y = \sqrt{2}x + 7$.

⇒ **Câu 19.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba đường thẳng $(d_1) : 3x - 4y + 7 = 0$, $(d_2) : 5x + y + 4 = 0$ và $(d_3) : mx + (1 - m)y + 3 = 0$. Để ba đường thẳng này đồng quy thì giá trị của tham số m là

- (A) $m = 2$. (B) $m = -2$. (C) $m = 0,5$. (D) $m = -0,5$.

⇒ **Câu 20.** Giá trị của m để ba đường thẳng $d_1 : y = 2x - 1$, $d_2 : y = 8 - x$, $d_3 : y = (3 - 2m)x + 2$ đồng quy là:

- (A) $m = 1$. (B) $m = -\frac{3}{2}$. (C) $m = \frac{1}{2}$. (D) $m = -1$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. A	2. C	3. B	4. C	5. B	6. D	7. C	8. A	9. A	10. D
11. A	12. B	13. A	14. A	15. A	16. C	17. A	18. C	19. A	20. A

BÀI TẬP SỐ 2

➤ **Câu 1.** Cho hai hàm số $y = 2x + 1$ và $y = \frac{1}{2}x + 1$. Đồ thị của hai hàm số này sẽ:

- (A) Song song với nhau. (B) Trùng nhau.
(C) Cắt nhau. (D) Vuông góc với nhau.

➤ **Câu 2.** Đồ thị hàm số nào song song với trục hoành?

- (A) $y = 4x - 1$. (B) $y = 5 - 2x$. (C) $y = -2$. (D) $x = 2$.

➤ **Câu 3.** Cho hàm số $f(x) = ax + b$. Xác định $a + b$, biết $f(x - 1) = -x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

- (A) $a + b = 3$. (B) $a + b = 1$. (C) $a + b = 2$. (D) $a + b = 0$.

➤ **Câu 4.** Đồ thị hàm số $y = 3 - 4x$ cắt trục hoành tại điểm nào sau đây:

- (A) $A\left(0; \frac{3}{4}\right)$. (B) $A\left(\frac{4}{3}; 0\right)$. (C) $A(0; 3)$. (D) $A\left(\frac{3}{4}; 0\right)$.

➤ **Câu 5.** Đồ thị hàm số $y = 3x + 2$ cắt hai trục Ox, Oy lần lượt tại A và B . Tính diện tích tam giác OAB .

- (A) $S_{OAB} = \frac{2}{3}$. (B) $S_{OAB} = \frac{1}{2}$. (C) $S_{OAB} = \frac{3}{2}$. (D) $S_{OAB} = \frac{4}{3}$.

➤ **Câu 6.** Đồ thị hàm số $y = 2x + 4$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B . Diện tích S của tam giác OAB (với O là gốc tọa độ) là:

- (A) $S = 8$. (B) $S = 2$. (C) $S = 4$. (D) $S = 12$.

➤ **Câu 7.** Biết rằng với mọi giá trị thực của tham số m , các đường thẳng $d_m: y = (m - 2)x + 2m - 3$ cùng đi qua một điểm cố định là $I(a; b)$. Tính giá trị của biểu thức: $S = a + b$

- (A) $S = -3$. (B) $S = -1$. (C) $S = 1$. (D) $S = 3$.

➤ **Câu 8.** Cho đường thẳng $(d): y = (m - 1)x + 2m - 3$, trong đó m là tham số. Gọi M là điểm cố định mà (d) luôn đi qua với mọi m . Tính OM .

- (A) $OM = 2$. (B) $OM = 1$. (C) $OM = \sqrt{5}$. (D) $OM = \sqrt{10}$.

➤ **Câu 9.** Đường thẳng $y = 3x - 2$ không đi qua điểm nào sau đây?

- (A) $N(-2; -4)$. (B) $Q(1; 1)$. (C) $P(0; -2)$. (D) $M(-1; -5)$.

➤ **Câu 10.** Cho hàm số $y = 2x - 3$ có đồ thị là đường thẳng (d) . Xét các phát biểu sau:

(I): Hàm số $y = 2x - 3$ đồng biến trên \mathbb{R} .

(II): Đường thẳng (d) song song với đồ thị hàm số $2x + y - 3 = 0$.

(III): Đường thẳng (d) cắt trục Ox tại $A(0; -3)$.

Số các phát biểu ĐÚNG là

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. D	5. A	6. C	7. B	8. C	9. A	10. A
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

BÀI TẬP SỐ 3

⇒ **Câu 1.** Một hàm số bậc nhất $y = f(x)$ có $f(-1) = 2$; $f(2) = -3$. Hàm số đó là:

- Ⓐ $y = -2x + 3$. Ⓑ $f(x) = \frac{-5x+1}{3}$. Ⓒ $y = 2x - 3$. Ⓓ $f(x) = \frac{-5x-1}{3}$.

⇒ **Câu 2.** Với giá trị nào của a, b thì đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(-2; 1), B(1; -2)$?

- Ⓐ $a = 2$ và $b = 1$. Ⓑ $a = -2$ và $b = -1$. Ⓒ $a = -1$ và $b = -1$. Ⓓ $a = 1$ và $b = 1$.

⇒ **Câu 3.** Biết đồ thị của hàm số $y = ax + b$ qua hai điểm $A(0; -3), B(-1; -5)$. Giá trị của a, b bằng bao nhiêu?

- Ⓐ $a = -2; b = 3$. Ⓑ $a = 2; b = 3$. Ⓒ $a = 2; b = -3$. Ⓓ $a = 1; b = -4$.

⇒ **Câu 4.** Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị đi qua hai điểm $A(1; 1), B(-2; -5)$. Tìm a, b .

- Ⓐ $a = 2, b = -1$. Ⓑ $a = -2; b = 1$. Ⓒ $a = 1, b = -2$. Ⓓ $a = -1, b = 2$.

⇒ **Câu 5.** Đồ thị hàm số nào sau đây đi qua 2 điểm $A(-1; 2)$ và $B(0; -1)$?

- Ⓐ $y = x + 1$. Ⓑ $y = x - 1$. Ⓒ $y = 3x - 1$. Ⓓ $y = -3x - 1$.

⇒ **Câu 6.** Đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2)$ và song song với đường thẳng $y = -2x + 3$ có phương trình là:

- Ⓐ $y = -2x - 4$. Ⓑ $y = -2x + 4$. Ⓒ $y = -2x + 5$. Ⓓ $y = 2x$.

⇒ **Câu 7.** Tìm a và b biết rằng đường thẳng $y = ax + b$ đi qua $M(1; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $y = -\frac{1}{2}x + 3$.

- Ⓐ $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} a = 2 \\ b = 4 \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$.

⇒ **Câu 8.** Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x - 3m + 1$ song song với đường thẳng $y = x - 5$.

- Ⓐ $m = \pm 2$. Ⓑ $m = \pm\sqrt{2}$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $m = -2$.

⇒ **Câu 9.** Tìm biểu thức xác định hàm số $y = f(x)$, biết rằng đồ thị của nó là đường thẳng đối xứng với đường thẳng $y = 0,5x - 2$ qua trục tung.

- Ⓐ $y = f(x) = 2x - 4$. Ⓑ $y = f(x) = \frac{1}{2}x - 2$. Ⓒ $y = f(x) = -\frac{1}{2}x - 2$. Ⓓ $y = f(x) = 2x + 4$.

⇒ **Câu 10.** Cho hàm số $y = x - |x|$. Trên đồ thị của hàm số lấy hai điểm A và B hoành độ lần lượt là -2 và 1 . Phương trình đường thẳng AB là?

- Ⓐ $y = \frac{3x}{4} - \frac{3}{4}$. Ⓑ $y = -\frac{3x}{4} + \frac{3}{4}$. Ⓒ $y = \frac{4x}{3} - \frac{4}{3}$. Ⓓ $y = -\frac{4x}{3} + \frac{4}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. C	4. A	5. D	6. B	7. A	8. D	9. C	10. C
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

CHỦ ĐỀ 3. HÀM SỐ BẬC HAI

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$.

1. Tập xác định : $D = \mathbb{R}$.

2. Sự biến thiên:

+, Khi $a > 0$, bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$

+, Khi $a < 0$, bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

3. Đồ thị là một parabol có đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$, nhận đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$ làm trục đối xứng, hướng bề lõm lên trên khi $a > 0$, xuống dưới khi $a < 0$.

Chú ý: Để vẽ đường parabol ta có thể thực hiện các bước như sau:

+, Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.

+, Xác định trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$ và hướng bề lõm của parabol.

+, Xác định một số điểm cụ thể của parabol (chẳng hạn, giao điểm của parabol với các trục tọa độ và các điểm đối xứng với chúng qua trục trục đối xứng).

+, Căn cứ vào tính đối xứng, bề lõm và hình dáng parabol để vẽ parabol.

B DẠNG BÀI TẬP

📁 Dạng 1. Bảng biến thiên, tính đơn điệu, Max, Min.

Ví dụ 1. Tìm khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$?

Phân tích hướng dẫn giải

Hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a > 0)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có $a = 1 > 0$ nên hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty; 2)$.

Ví dụ 2. Hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$ có bảng biến thiên là:

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Xét hàm số $y = -x^2 + 2x + 1$ có $a = -1 < 0$, tọa độ đỉnh $I(1;2)$ do đó hàm số trên tăng trên khoảng $(-\infty; 1)$ và giảm trên khoảng $(1; +\infty)$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	2	$-\infty$

Ví dụ 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^2 - 2x$ trên đoạn $[-1; 2]$ là

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Đồ thị hàm số $y = x^2 - 2x$ có là parabol có đỉnh $I(1; -1)$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) = x^2 - 2x$ trên đoạn $[-1; 2]$:

x	-1	1	2
$f(x)$	3	-1	0

Từ bảng biến thiên suy ra GTLN của hàm số đã cho trên $[-1; 2]$ là 3 khi $x = -1$.

Ví dụ 4. Xác định parabol (P) : $y = ax^2 + bx + 2$ biết rằng parabol đó đi qua hai điểm $A(1; 5)$ và $B(-2; 8)$?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Parabol (P) : $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $A(1; 5)$ và $B(-2; 8)$ nên

$$\begin{cases} 5 = a + b + 2 \\ 8 = 4a - 2b + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 3 \\ 4a - 2b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1. \end{cases}$$

Khi đó $y = 2x^2 + x + 2$.

☐ Dạng 2. Xác định hàm số bậc hai.

Ví dụ 5.

Parabol $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Tìm a, b, c ?

Phân tích hướng dẫn giải

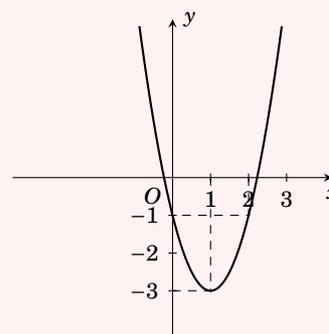
❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -1)$ nên $c = -1$.

Tọa độ đỉnh $I(1; -3)$, ta có phương trình

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a \cdot 1^2 + b \cdot 1 - 1 = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a + b = 0 \\ a + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -4 \end{cases}$$

Vậy Parabol cần tìm là: $y = 2x^2 - 4x - 1$.



Ví dụ 6. Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đi qua $A(0; -1)$, $B(1; -1)$, $C(-1; 1)$ có phương trình là:

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có: Vì $A, B, C \in (P) \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ -1 = a \cdot (1)^2 + b \cdot (1) + c \\ 1 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -1 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow (P): y = x^2 - x - 1$

☐ Dạng 3. Bài toán tương giao.

Ví dụ 7. Tìm giao điểm của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 4$ với trục hoành:

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Hoành độ giao điểm của parabol $(P): y = x^2 + 5x + 4$ với trục hoành là nghiệm của phương trình

$$x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4. \end{cases}$$

Vậy tọa độ hai giao điểm là $(-1; 0)$, $(-4; 0)$.

Ví dụ 8. Tìm tọa độ giao điểm hai parabol $y = \frac{1}{2}x^2 - x$ và $y = -2x^2 + x + \frac{1}{2}$.

Phân tích hướng dẫn giải

Ta có $\frac{1}{2}x^2 - x = -2x^2 + x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = -\frac{1}{2} \\ x = -\frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{11}{50} \end{cases}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Xét sự biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau:

- 1. $y = x^2 - 2x$.
- 2. $y = -x^2 + 2x + 3$.
- 3. $y = -x^2 + 2x - 2$.
- 4. $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$.
- 5. $y = x^2 - 4x + 4$.
- 6. $y = -x^2 - 4x + 1$.

Câu 2. Tìm tọa độ giao điểm của các cặp đồ thị của các hàm số sau:

- 1. $y = x - 1; y = x^2 - 2x - 1$.
- 2. $y = -x + 3; y = -x^2 - 4x + 1$.
- 3. $y = 2x - 5; y = x^2 - 4x + 4$.
- 4. $y = x^2 - 2x - 1; y = x^2 - 4x + 4$.
- 5. $y = 3x^2 - 4x + 1; y = -3x^2 + 2x - 1$.
- 6. $y = 2x^2 + x + 1; y = -x^2 + x - 1$.

Câu 3. Xác định parabol (P) biết:

- 1. (P): $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua điểm A(1;0) và có trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$.
- 2. (P): $y = ax^2 + bx + 3$ đi qua điểm A(-1;9) và có trục đối xứng $x = -2$.
- 3. (P): $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm A(0;5) và có đỉnh I(3;-4).
- 4. (P): $y = ax^2 + bx + c$ đi qua điểm A(2;-3) và có đỉnh I(1;-4).
- 5. (P): $y = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm A(1;1), B(-1;-3), O(0;0).
- 6. (P): $y = x^2 + bx + c$ đi qua điểm A(1;0) và đỉnh I có tung độ bằng -1.

Câu 4. Chứng minh rằng với mọi m, đồ thị của mỗi hàm số sau luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và đỉnh I của đồ thị luôn chạy trên một đường thẳng cố định

- 1. $y = x^2 - mx + \frac{m^2}{4} - 1$.
- 2. $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$.

Câu 5. Vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^2 + 5x + 6$. Hãy sử dụng đồ thị để biện luận theo tham số m, số điểm chung của parabol $y = -x^2 + 5x + 6$ và đường thẳng $y = m$.

Câu 6. Biện luận theo m số giao điểm của (d): $y = 2x + m$ với (P): $y = x^2 + x - 6$.

Câu 7. Tìm GTLN, GTNN (nếu có) của các hàm số sau:

- 1. $y = 7x^2 - 3x + 10$.
- 2. $y = -2x^2 - x + 1$.
- 3. $y = x^2 - 2x$ với $0 \leq x \leq 3$.
- 4. $y = -x^2 + 5x - 4$ với $0 \leq x \leq 3$.

Câu 8. Tìm giá trị của m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số:

1. $y = -x^2 + 2x + m - 5$ trên $[0; 3]$ bằng 4.

2. $y = x^2 - 2mx + 3m - 1$ trên $[0; 1]$ bằng 1.

📁 **Câu 9.** Vẽ đồ thị của các hàm số sau:

1. $y = x^2 - 2|x| + 1$.

4. $y = \begin{cases} -x^2 - 2 & \text{nếu } x < 1 \\ 2x^2 - 2x - 3 & \text{nếu } x \geq 1 \end{cases}$

6. $y = \begin{cases} 2x & \text{nếu } x < 0 \\ x^2 - x & \text{nếu } x \geq 0 \end{cases}$

2. $y = x(|x| - 2)$.

5. $y = \begin{cases} -2x + 1 & \text{nếu } x \geq 0 \\ x^2 + 4x + 1 & \text{nếu } x < 0 \end{cases}$

3. $y = x^2 - 2|x - 1|$.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

📁 **Câu 1.** Hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a > 0$) đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- Ⓐ $(-\infty; -\frac{b}{2a})$. Ⓑ $(-\frac{b}{2a}; +\infty)$. Ⓒ $(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; -\frac{\Delta}{4a})$.

📁 **Câu 2.** Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây SAI?

- Ⓐ Trên khoảng $(-\infty; 1)$ hàm số đồng biến.
 Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
 Ⓒ Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.
 Ⓓ hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

📁 **Câu 3.** Hàm số $y = 4x - x^2$ có sự biến thiên trong khoảng $(2; +\infty)$ là:

- Ⓐ tăng. Ⓑ vừa tăng vừa giảm.
 Ⓒ giảm. Ⓓ không tăng không giảm.

📁 **Câu 4.** Hàm số $y = x^2 - 4x + 11$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- Ⓐ $(2; +\infty)$. Ⓑ $(-2; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; 2)$.

📁 **Câu 5.** Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 3$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

- Ⓐ Hàm số đồng biến trên \mathbb{R} . Ⓑ Hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.
 Ⓒ Hàm số nghịch biến trên \mathbb{R} . Ⓓ Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

📁 **Câu 6.** Hàm số $f(x) = x^2 - 2x + 3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- Ⓐ $(1; +\infty)$. Ⓑ $(-2; +\infty)$. Ⓒ $(-\infty; 1)$. Ⓓ $(3; +\infty)$.

📁 **Câu 7.** Hàm số $y = -3x^2 + x - 2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

- Ⓐ $(\frac{1}{6}; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; -\frac{1}{6})$. Ⓒ $(-\frac{1}{6}; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; \frac{1}{6})$.

📁 **Câu 8.** Cho hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) , đỉnh của (P) được xác định bởi công thức nào?

- Ⓐ $I(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a})$. Ⓑ $I(\frac{b}{a}; \frac{\Delta}{4a})$. Ⓒ $I(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a})$. Ⓓ $I(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{2a})$.

📁 **Câu 9.** Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm nào sau đây là đỉnh của (P) ?

- Ⓐ $I(\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$. Ⓑ $I(0; 1)$. Ⓒ $I(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$. Ⓓ $I(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3})$.

📁 **Câu 10.** Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) là đường thẳng nào dưới đây?

- Ⓐ $x = -\frac{c}{2a}$. Ⓑ $x = -\frac{\Delta}{4a}$. Ⓒ Không có. Ⓓ $x = -\frac{b}{2a}$.

📁 **Câu 11.** Điểm $I(-2; 1)$ là đỉnh của Parabol nào sau đây?

- Ⓐ $y = 2x^2 + 4x + 1$. Ⓑ $y = x^2 + 4x - 5$. Ⓒ $y = x^2 + 4x + 5$. Ⓓ $y = -x^2 - 4x + 3$.

📁 **Câu 12.** Xác định các hệ số a và b để Parabol $(P): y = ax^2 + 4x - b$ có đỉnh $I(-1; -5)$.

- Ⓐ $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases}$. Ⓒ $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \end{cases}$.

⇒ **Câu 13.** Biết hàm số bậc hai $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị là một đường Parabol đi qua điểm $A(-1;0)$ và có đỉnh $I(1;2)$. Tính $a + b + c$.

- (A) 2. (B) 3. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{1}{2}$.

⇒ **Câu 14.** Biết đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a, b, c \in \mathbb{R}; a \neq 0$) đi qua điểm $A(2;1)$ và có đỉnh $I(1; -1)$. Tính giá trị biểu thức $T = a^3 + b^2 - 2c$.

- (A) $T = 22$. (B) $T = 9$. (C) $T = 6$. (D) $T = 1$.

⇒ **Câu 15.** Cho Parabol $(P): y = x^2 + mx + n$ (m, n tham số). Xác định m, n để (P) nhận đỉnh $I(2; -1)$.

- (A) $m = -4, n = 3$. (B) $m = 4, n = -3$. (C) $m = 4, n = 3$. (D) $m = -4, n = -3$.

⇒ **Câu 16.** Cho Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ có đỉnh $I(2;0)$ và (P) cắt trục Oy tại điểm $M(0; -1)$. Khi đó Parabol (P) có phương trình là:

- (A) $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1$. (B) $y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1$. (C) $y = x^2 - 4x - 1$. (D) $y = x^2 + 4x - 1$.

⇒ **Câu 17.** Gọi S là tập các giá trị $m \neq 0$ để parabol $(P): y = mx^2 + 2mx + m^2 + 2m$ có đỉnh nằm trên đường thẳng $y = x + 7$. Tính tổng các giá trị của tập S ?

- (A) -1. (B) 1. (C) 2. (D) -2.

⇒ **Câu 18.** Xác định hàm số $y = ax^2 + bx + c$ biết đồ thị của nó có đỉnh $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 2.

- (A) $y = -x^2 + 3x - 2$. (B) $y = x^2 - 3x + 2$. (C) $y = -x^2 - 3x - 2$. (D) $y = -x^2 + 3x + 2$.

⇒ **Câu 19.** Hàm số bậc hai nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh là $S\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$ và đi qua $A(1; -4)$?

- (A) $y = -x^2 + 5x - 8$. (B) $y = x^2 - 5x$. (C) $y = -2x^2 + 10x - 12$. (D) $y = -2x^2 + 5x + \frac{1}{2}$.

⇒ **Câu 20.** Cho parabol (P) có phương trình $y = ax^2 + bx + c$. Tìm $a + b + c$, biết (P) đi qua điểm $A(0;3)$ và có đỉnh $I(-1;2)$.

- (A) $a + b + c = 5$. (B) $a + b + c = 4$. (C) $a + b + c = 3$. (D) $a + b + c = 6$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. B	2. D	3. C	4. A	5. B	6. A	7. A	8. C	9. A	10. D
11. C	12. A	13. A	14. A	15. A	16. A	17. A	18. A	19. C	20. D

BÀI TẬP SỐ 2

➤ **Câu 1.** Parabol $y = ax^2 + bx + c$ đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = -2$ và đi qua $A(0;6)$ có phương trình là:

- Ⓐ $y = x^2 + 2x + 6.$ Ⓑ $y = x^2 + 6x + 6.$ Ⓒ $y = x^2 + x + 4.$ Ⓓ $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 6.$

➤ **Câu 2.** Parabol $y = ax^2 + bx + 2$ đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$ có phương trình là:

- Ⓐ $y = x^2 + x + 2.$ Ⓑ $y = 2x^2 + 2x + 2.$ Ⓒ $y = x^2 + 2x.$ Ⓓ $y = 2x^2 + x + 2.$

➤ **Câu 3.** Cho $(P): y = x^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(-1;3)$. Khi đó

- Ⓐ $b = 1.$ Ⓑ $b = 3.$ Ⓒ $b = -1.$ Ⓓ $b = -2.$

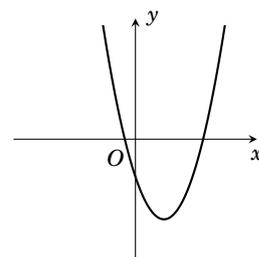
➤ **Câu 4.** Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ đi qua ba điểm $A(1;4), B(-1;-4)$ và $C(-2;-11)$. Tọa độ đỉnh của (P) là:

- Ⓐ $(2;5).$ Ⓑ $(-2;-11).$ Ⓒ $(1;4).$ Ⓓ $(3;6).$

➤ **Câu 5.**

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây là ĐÚNG?

- Ⓐ $a > 0, b < 0, c > 0.$ Ⓑ $a > 0, b < 0, c < 0.$
 Ⓒ $a > 0, b > 0, c > 0.$ Ⓓ $a < 0, b < 0, c < 0.$



➤ **Câu 6.**

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có bảng biến thiên trên nửa khoảng $[0; +\infty)$ được cho bên dưới. Xác định dấu của a, b, c ?

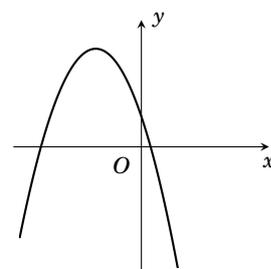
- Ⓐ $a < 0, b > 0, c > 0.$ Ⓑ $a < 0, b < 0, c > 0.$
 Ⓒ $a < 0, b > 0, c < 0.$ Ⓓ $a < 0, b > 0, c > 0.$

x	0	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
y	-1	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

➤ **Câu 7.**

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây là ĐÚNG?

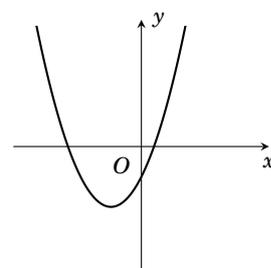
- Ⓐ $a < 0, b < 0, c > 0.$ Ⓑ $a > 0, b < 0, c < 0.$
 Ⓒ $a > 0, b > 0, c > 0.$ Ⓓ $a < 0, b < 0, c < 0.$



➤ **Câu 8.**

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây là ĐÚNG?

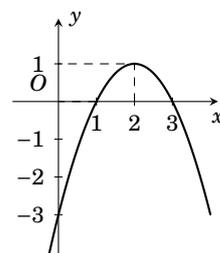
- Ⓐ $a > 0, b > 0, c > 0.$ Ⓑ $a > 0, b > 0, c < 0.$
 Ⓒ $a > 0, b < 0, c < 0.$ Ⓓ $a > 0, b < 0, c > 0.$



➤ **Câu 9.**

Hàm số nào có đồ thị như hình vẽ bên?

- Ⓐ $y = -2x^2 - x - 3.$ Ⓑ $y = -x^2 - 4x - 3.$ Ⓒ $y = -x^2 + 4x - 3.$ Ⓓ $y = x^2 - 4x - 3.$



📁 **Câu 10.** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$y(x)$	$+\infty$	2	$+\infty$

- Ⓐ $y = -3x^2 + 6x - 1$. Ⓑ $y = x^2 + 2x - 1$. Ⓒ $y = 2x^2 - 4x + 4$. Ⓓ $y = x^2 - 2x + 2$.

📁 **Câu 11.** Bảng biến thiên sau là của hàm số nào

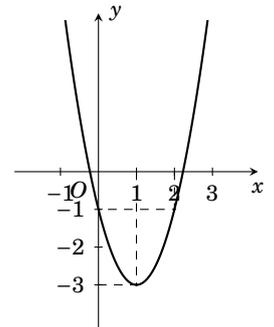
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$y(x)$	$+\infty$	-4	$+\infty$

- Ⓐ $y = x^2 + 4x$. Ⓑ $y = -x^2 + 4x$. Ⓒ $y = x^2 - 4x$. Ⓓ $y = -x^2 - 4x$.

📁 **Câu 12.**

Đồ thị trong hình vẽ bên có phương trình là:

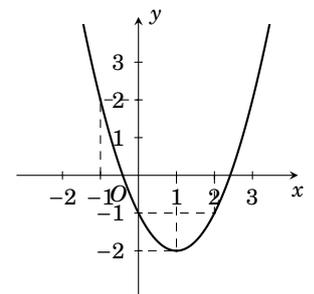
- Ⓐ $y = -x^2 + x - 1$. Ⓑ $y = x^2 - 2x - 1$. Ⓒ $y = 2x^2 - 4x - 1$. Ⓓ $y = 2x^2 + 4x - 1$.



📁 **Câu 13.**

Đồ thị trong hình vẽ bên có phương trình là:

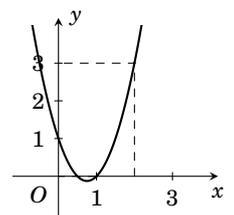
- Ⓐ $y = x^2 + 2x - 1$. Ⓑ $y = x^2 + 2x - 2$.
 Ⓒ $y = x^2 - 2x - 1$. Ⓓ $y = 2x^2 - 4x - 2$.



📁 **Câu 14.**

Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số bậc hai nào

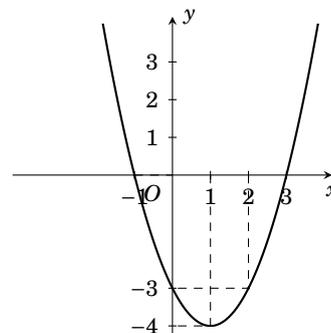
- Ⓐ $y = x^2 - 3x + 1$. Ⓑ $y = 2x^2 - 3x + 1$.
 Ⓒ $y = -x^2 + 3x - 1$. Ⓓ $y = -2x^2 + 3x - 1$.



📁 **Câu 15.**

Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ có đồ thị như hình bên. Khi đó $2a + b + 2c$ có giá trị là:

- (A) -9. (B) 9. (C) 6. (D) -6.



➤ **Câu 16.** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$y(x)$	$-\infty$	-4	$-\infty$

- (A) $y = x^2 + 4x$. (B) $y = -x^2 - 4x + 8$. (C) $y = -x^2 - 4x - 8$. (D) $y = -x^2 - 4x$.

➤ **Câu 17.** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$y(x)$	$+\infty$	-4	$+\infty$

- (A) $y = x^2 + 4x$. (B) $y = -x^2 - 4x$. (C) $y = -x^2 + 4x$. (D) $y = x^2 - 4x$.

➤ **Câu 18.** Tọa độ giao điểm của đường thẳng $d: y = -x + 4$ và Parabol $y = x^2 - 7x + 12$ là:

- (A) $(-2; 6)$ và $(-4; 8)$. (B) $(2; 2)$ và $(4; 8)$. (C) $(2; -2)$ và $(4; 0)$. (D) $(2; 2)$ và $(4; 0)$.

➤ **Câu 19.** Gọi $A(a; b)$ và $B(c; d)$ là tọa độ giao điểm của $(P): y = 2x - x^2$ và $\Delta: y = 3x - 6$. Giá trị của $b + d$ bằng.

- (A) -15. (B) 7. (C) -7. (D) 15.

➤ **Câu 20.** Cho parabol (P) có phương trình $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x-1) = x^2 - 5x + 5 \forall x \in \mathbb{R}$. Số giao điểm của (P) và trục hoành là:

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. D	2. D	3. C	4. A	5. B	6. C	7. A	8. B	9. C	10. C
11. C	12. C	13. C	14. B	15. D	16. C	17. D	18. D	19. A	20. A

CHỦ ĐỀ 1. ĐẠI CƯƠNG VỀ PHƯƠNG TRÌNH

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Khái niệm phương trình một ẩn

- Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có tập xác định lần lượt là D_f và D_g . Đặt $D = D_f \cap D_g$. Mệnh đề chứa biến " $f(x) = g(x)$ " được gọi là phương trình một ẩn, x gọi là ẩn và D gọi tập xác định của phương trình.
- Số $x_0 \in D$ gọi là 1 nghiệm của phương trình $f(x) = g(x)$ nếu " $f(x_0) = g(x_0)$ " là 1 mệnh đề đúng.

2. Phương trình tương đương.

- Hai phương trình gọi là tương đương nếu chúng có cùng 1 tập nghiệm. Nếu phương trình $f_1(x) = g_1(x)$ tương đương với phương trình $f_2(x) = g_2(x)$ thì viết:

$$f_1(x) = g_1(x) \Leftrightarrow f_2(x) = g_2(x).$$

Định lý 1: Cho phương trình $f(x) = g(x)$ có tập xác định D và $y = h(x)$ là một hàm số xác định trên D . Khi đó trên miền D phương trình đã cho tương đương với mỗi phương trình sau:

- (1): $f(x) + h(x) = g(x) + h(x)$.
- (2): $f(x).h(x) = g(x).h(x)$ với $h(x) \neq 0, \forall x \in D$.

3. Phương trình hệ quả

- Phương trình $f_1(x) = g_1(x)$ có tập nghiệm là S_1 được gọi là phương trình hệ quả của phương trình $f_2(x) = g_2(x)$ có tập nghiệm S_2 nếu $S_1 \subset S_2$. Khi đó viết: $f_1(x) = g_1(x) \Rightarrow f_2(x) = g_2(x)$.

Định lý 2: Khi bình phương hai vế của một phương trình, ta được phương trình hệ quả của phương trình đã cho: $f(x) = g(x) \Rightarrow [f(x)]^2 = [g(x)]^2$.

Nhận xét:

- Nếu hai vế của 1 phương trình luôn cùng dấu thì khi bình phương 2 vế của nó, ta được một phương trình tương đương.
- Nếu phép biến đổi tương đương dẫn đến phương trình hệ quả, ta phải thử lại các nghiệm tìm được vào phương trình đã cho để phát hiện và loại bỏ nghiệm ngoại lai.

B DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tìm điều kiện của phương trình

Ví dụ 1. Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{3x - 1}{-4 - 2x}$

Phân tích hướng dẫn giải

⇔⇔⇔ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⇔⇔⇔

Điều kiện xác định: $-4 - 2x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ví dụ 2. Tìm điều kiện xác định của phương trình $x + \sqrt{2x+1} = \sqrt{1-x}$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Điều kiện xác định của phương trình là $\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ 1-x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq 1.$

Ví dụ 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Điều kiện xác định của hàm số là: $\begin{cases} x-m+2 \geq 0 \\ \sqrt{x-m+2}-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq m-2 \\ x \neq m-1 \end{cases}.$

Tập xác định của hàm số là $D = [m-2; m-1) \cup (m-1; +\infty)$.

Để hàm số xác định trên $(0;1)$ thì $(0;1) \subset D$

$\Rightarrow \begin{cases} (0;1) \subset [m-2; m-1) \\ (0;1) \subset (m-1; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-2 \leq 0 \\ m-1 \geq 1 \\ m-1 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 2 \\ m \geq 1 \\ m \leq 1 \end{cases} \Rightarrow m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}.$

Dạng 2. Giải phương trình bằng cách biến đổi tương đương, hệ quả

Ví dụ 4. Phương trình nào sau đây tương đương, không tương đương với phương trình $x^2 - 3x = 0^{(1)}$?

A. $x^2\sqrt{x-3} = 3x\sqrt{x-3}.$

C. $x^2 + \sqrt{x^2+1} = 3x + \sqrt{x^2+1}.$

B. $x^2 + \frac{1}{x-3} = 3x + \frac{1}{x-3}.$

D. $x^2 + \sqrt{x-2} = 3x + \sqrt{x-2}.$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Phương trình $x^2 - 3x = 0^{(1)}$ có hai nghiệm $x = 0; x = 3$

Phương trình đáp án A không nhận $x = 0$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình \Rightarrow Phương trình đáp án A không tương đương với phương trình (1).

Phương trình đáp án B không nhận $x = 3$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình \Rightarrow Phương trình đáp án B không tương đương với phương trình (1).

Phương trình đáp án C nhận $x = 0; x = 3$ là nghiệm \Rightarrow Phương trình đáp án C tương đương với phương trình (1).

Phương trình đáp án D không nhận $x = 0$ là nghiệm do không thỏa mãn điều kiện xác định của phương trình \Rightarrow Phương trình đáp án D không tương đương với phương trình (1).

Ví dụ 5. Cho phương trình $2x^2 - x = 0$. Trong các phương trình sau đây phương trình nào là phương trình hệ quả, phương trình nào không phải là phương trình hệ quả của phương trình đã cho:

- A. $2x - \frac{x}{1-x} = 0$ B. $4x^3 - x = 0$ C. $(2x^2 - x)^2 + (x - 5)^2 = 0$ D. $2x^3 + x^2 - x = 0$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Giải phương trình $2x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow$ Tập nghiệm $S_0 = \left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

Ta xét các đáp án:

- Đáp án A: $2x - \frac{x}{1-x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \neq 0 \\ 2x(1-x) - x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S_1 = \left\{0; \frac{1}{2}\right\} \supset S_0$

Vậy phương trình ở đáp án A là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

- Đáp án B: $4x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow S_2 = \left\{0; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right\} \Rightarrow S_2 \supset S_0$

Vậy phương trình ở đáp án B là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

- Đáp án C: $(2x^2 - x)^2 + (x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 0 \\ x - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - x = 0 \\ x = 5 \end{cases}$ vô nghiệm $\Rightarrow S_3 = \emptyset \Rightarrow S_3 \not\supset S_0$

Vậy phương trình ở đáp án C không là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

- Đáp án D: Giải phương trình ta có: $S_4 = \left\{-1; 0; \frac{1}{2}\right\} \supset S_0$

Vậy phương trình ở đáp án D là phương trình hệ quả của phương trình đã cho.

Ví dụ 6. Tìm m để hai phương trình sau tương đương: $x^2 + x + 2 = 0^{(1)}$ và $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + m - 2 = 0^{(2)}$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Để thấy phương trình (1) vô nghiệm. Để hai phương trình tương đương thì phương trình (2) cũng phải vô nghiệm, tức là: $\Delta' = (m + 1)^2 - (m^2 + m - 2) < 0 \Leftrightarrow m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -3$.

📌 BÀI TẬP TỰ LUẬN

📌 Câu 1. Tìm điều kiện xác định của các phương trình sau đây

1. $\frac{x+1}{x-2} = \sqrt{x-1}$.
2. $\frac{1}{x^2-1} = \sqrt{x+3}$.
3. $\sqrt{-3x+2} = \frac{2}{x+1}$.
4. $\frac{3x+5}{\sqrt{3x^2+6x+11}} = \sqrt{2x+1}$.
5. $\frac{x+4}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{1-x}$.
6. $3-x^2 = \frac{x}{\sqrt{2-x}}$.
7. $x^2 - \sqrt{2x-3} = 3 + \sqrt{1-x}$.
8. $\frac{\sqrt{x+4}}{x^2-9} = x+2$.

👉 **Câu 2.** Giải các phương trình sau đây:

1. $\sqrt{3-x} + x = \sqrt{3-x} + 1.$
2. $x + \sqrt{x-2} = \sqrt{2-x} + 2.$
3. $\frac{x^2}{\sqrt{x-1}} = \frac{9}{\sqrt{x-1}}.$
4. $x^2 - \sqrt{1-x} = \sqrt{x-2} + 3.$
5. $\frac{3x+1}{\sqrt{-x+2}} = \sqrt{x-3}.$
6. $\sqrt{x-4} - x = 3 + \sqrt{4-x}.$
7. $\sqrt{x+1} + x = 3 + \sqrt{x+1}.$
8. $\sqrt{x-5} - x = 2 + \sqrt{x-5}.$
9. $\frac{3x^2+1}{\sqrt{x-1}} = \frac{4}{\sqrt{x-1}}.$
10. $\frac{x^2+3x+4}{\sqrt{x+4}} = \sqrt{x+4}.$
11. $\frac{3x^2-x-2}{\sqrt{3x-2}} = \sqrt{3x-2}.$
12. $2x+3 + \frac{4}{x-1} = \frac{x^2+3}{x-1}.$

👉 **Câu 3.** Giải các phương trình sau đây

1. $\frac{x+3}{x(x-1)} + \frac{3}{x} = \frac{2-x}{x-1}.$
2. $x+1 + \frac{2}{x+3} = \frac{x+5}{x+3}.$
3. $2x + \frac{3}{x-1} = \frac{3x}{x-1}.$
4. $\frac{x^2-4x-2}{\sqrt{x-2}} = \sqrt{x-2}.$
5. $\frac{2x^2-x-3}{\sqrt{2x-3}} = \sqrt{2x-3}.$
6. $\frac{2x+1}{\sqrt{x-3}} = \frac{x+2}{\sqrt{x-3}}.$

👉 **Câu 4.** Cho phương trình $(x+1)^2 = 0^{(1)}$ và phương trình chứa tham số: $ax^2 - (2a+1)x + a = 0^{(2)}$ Tìm giá trị của a sao cho phương trình (1) tương đương phương trình (2).

👉 **Câu 5.** Xác định m để mỗi cặp phương trình sau tương đương:

1. $3x-2=0$ và $(m+3)x-m+4=0.$
2. $x+2=0$ và $m(x^2+3x+2)+m^2x+2=0.$
3. $2x-3=0$ và $\frac{2mx}{x-2}+2m+1=0.$
4. $x^2-4=0$ và $3x^2+(m+3)x+7m+9=0.$
5. $x^2-1=0$ và $2mx^2+(m^2-4)x-m^2=0.$
6. $3x-1=0$ và $\frac{3mx+1}{x-2}+2m-1=0.$
7. $x^2+3x-4=0$ và $mx^2-4x-m+4=0.$

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

👉 **Câu 1.** Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x}{x^2+1} - 5 = \frac{3}{x^2+1}$ là

- (A) $D = \mathbb{R}.$ (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}.$ (C) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$ (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$

👉 **Câu 2.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{x^2-1}{x^2+3x-4}$ là

- (A) $D = \mathbb{R}.$ (B) $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}.$ (C) $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 4\}.$ (D) $D = \mathbb{R} \setminus \{-4\}.$

👉 **Câu 3.** Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3}$ là:

- (A) $x \geq 2.$ (B) $x > 3.$ (C) $x \geq 3.$ (D) $x \geq 1.$

👉 **Câu 4.** Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} = 8-x$ là

- (A) $x \in [2; 8].$ (B) $x \leq 8.$ (C) $x < 8.$ (D) $x \geq 2.$

👉 **Câu 5.** Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{6}{x-3} = 4$ là tập nào sau đây?

- (A) $\mathbb{R} \setminus \{3\}.$ (B) $[2; +\infty).$ (C) $[2; +\infty) \setminus \{3\}.$ (D) $\mathbb{R}.$

👉 **Câu 6.** Cho phương trình $\sqrt{x^3-1} + \sqrt{x+1} = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$. Tìm điều kiện xác định của phương trình đã cho.

- (A) $x \leq -2$ và $x \geq 2.$ (B) $x > 2.$ (C) $x \geq 1$ và $x \neq 2.$ (D) $x \geq 2.$

👉 **Câu 7.** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2-4)}$.

- (A) $x \geq -5.$ (B) $\begin{cases} x > -5 \\ x \neq 2 \end{cases}.$ (C) $\begin{cases} x \geq -5 \\ x \neq 2 \end{cases}.$ (D) $x > 2.$

- ⇒ **Câu 8.** Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{x^2+5}{\sqrt{7-x}} = 0$?
- (A) $(2; +\infty)$. (B) $[2; 7)$. (C) $[2; 7]$. (D) $[7; +\infty)$.
- ⇒ **Câu 9.** Điều kiện xác định của phương trình $\frac{\sqrt{x+4}}{x^2-1} = \frac{2}{\sqrt{3-x}}$ là:
- (A) $x \in (-4; +\infty)$. (B) $x \in (-\infty; 3)$. (C) $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$. (D) $x \in [-4; 3] \setminus \{\pm 1\}$.
- ⇒ **Câu 10.** Tìm điều kiện của phương trình sau: $\frac{x^2+1}{x-2} = \sqrt{3x}$.
- (A) $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 2 \end{cases}$. (B) $x \neq 2$. (C) $x \geq 0$. (D) $x \geq 2$.
- ⇒ **Câu 11.** Tìm điều kiện xác định của phương trình: $\frac{\sqrt{x}-1}{|x|-4} = 0$.
- (A) $\begin{cases} x \geq 0 \\ x \neq 4 \end{cases}$. (B) $x \leq 0$. (C) $\begin{cases} x \leq 0 \\ x \neq -4 \end{cases}$. (D) $x \geq 0$.
- ⇒ **Câu 12.** Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $x-1=0$?
- (A) $2x-2=0$. (B) $x+2=0$. (C) $x+1=0$. (D) $(x-1)(x+2)=0$.
- ⇒ **Câu 13.** Cho phương trình: $x^2+x=0^{(1)}$. Phương trình nào tương đương với phương trình (1)?
- (A) $x+1=0$. (B) $x(x+1)=0$. (C) $x^2+(x+1)^2=0$. (D) $x=0$.
- ⇒ **Câu 14.** Xét trên tập số thực, khẳng định nào sau đây là ĐÚNG ?
- (A) Phương trình bậc 3 một ẩn đều có 3 nghiệm thực.
 (B) Phương trình bậc 2 một ẩn đều có 2 nghiệm thực.
 (C) Định lý Vi-ét không áp dụng cho phương trình bậc 2 có nghiệm kép.
 (D) Hai phương trình $x^2+1=0$ và $|x+1|=-3$ tương đương.
- ⇒ **Câu 15.** Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình: $x^2-4=0$?
- (A) $(2+x)(-x^2+2x+1)=0$. (B) $(x-2)(x^2+3x+2)=0$.
 (C) $x^2-4x+4=0$. (D) $\sqrt{x^2-3}=1$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. A	2. B	3. C	4. D	5. C	6. B	7. C	8. B	9. D	10. A
11. A	12. A	13. B	14. D	15. D					

BÀI TẬP SỐ 2

📁 **Câu 1.** Khẳng định nào sau đây là SAI ?

(A) $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$.

(B) $\sqrt{x-1} = 2\sqrt{x-1} \Leftrightarrow x-1 = 0$.

(C) $x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x-1}} = 0$.

(D) $|x-2| = |x+1| \Leftrightarrow (x-2)^2 = (x+1)^2$.

📁 **Câu 2.** Chọn cặp phương trình tương đương trong các cặp phương trình sau:

(A) $2x + \sqrt{x-3} = 1 + \sqrt{x-3}$ và $2x = 1$.

(B) $\sqrt{x+1} = 2-x$ và $x+1 = (2-x)^2$.

(C) $x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$ và $x = 1$.

(D) $\frac{x\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = 0$ và $x = 0$.

📁 **Câu 3.** Hai phương trình nào sau đây không tương đương với nhau:

(A) $\sqrt{x-1} = x$ và $(2x+1)\sqrt{x-1} = x(2x+1)$.

(B) $\sqrt{(x+1)(2-x)} = 0$ và $\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{2-x} = 0$.

(C) $\sqrt{x^2(x-2)} = 0$ và $|x| \cdot \sqrt{x-2} = 0$.

(D) $\frac{2x}{(x+1)^2} = \frac{x^2}{x+1}$ và $\frac{2x}{x+1} = x^2$.

📁 **Câu 4.** Phép biến đổi nào sau đây là phép biến đổi tương đương?

(A) $x + \sqrt{x^2-2} = x^2 + \sqrt{x^2-2} \Leftrightarrow x = x^2$.

(B) $x + \sqrt{x^2+3} = x^2 + \sqrt{x^2+3} \Leftrightarrow x = x^2$.

(C) $\sqrt{2-x} = x \Leftrightarrow 2-x = x^2$.

(D) $x + \sqrt{x-2} = x^2 + \sqrt{x-2} \Leftrightarrow x = x^2$.

📁 **Câu 5.** Tìm m để hai phương trình sau tương đương:

$$2x^2 + mx - 2 = 0^{(1)} \text{ và } 2x^3 + (m+4)x^2 + 2(m-1)x - 4 = 0^{(2)}$$

(A) $m = 3$.

(B) $m = 2$.

(C) $m = -2$.

(D) $m = -3$.

📁 **Câu 6.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để hai phương trình sau tương đương:

$$mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0^{(1)} \text{ và } (m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0^{(2)}$$

(A) $m = -5$.

(B) $m = -5; m = 4$.

(C) $m = 4$.

(D) $m = 5$.

📁 **Câu 7.** Cho phương trình: $\sqrt{-x+2m-1} - \frac{1}{\sqrt{x-m+2}} = 0$. Tìm m để phương trình xác định trên $(0; 1]$.

(A) $1 < m \leq 2$.

(B) $1 \leq m < 2$.

(C) $1 < m < 2$.

(D) $1 \leq m \leq 2$.

📁 **Câu 8.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $(m^2 - m)x + 2 = -mx + x + 2m$ nghiệm đúng với $\forall x \in \mathbb{R}$

(A) $m = 2$.

(B) $m = -2$.

(C) $m = 1$.

(D) $m = -1$.

📁 **Câu 9.** Tìm m để phương trình $\frac{x^2-1}{x-m+2} = 0$ xác định trên $[-1; 1)$.

(A) $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

(B) $\begin{cases} m > 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} m < 1 \\ m \geq 3 \end{cases}$.

(D) $1 < m \leq 3$.

📁 **Câu 10.** Cho phương trình $f(x) = 0$ có tập nghiệm $S_1 = \{m; 2m-1\}$ và phương trình $g(x) = 0$ có tập nghiệm $S_2 = [1; 2]$. Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $g(x) = 0$ là phương trình hệ quả của phương trình $f(x) = 0$.

(A) $1 \leq m < \frac{3}{2}$.

(B) $1 \leq m \leq 2$.

(C) $m \in \emptyset$.

(D) $1 < m < \frac{3}{2}$.

📁 BẢNG ĐÁP ÁN 📁

1. A	2. D	3. C	4. B	5. A	6. C	7. D	8. B	9. C	10. A
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

CHỦ ĐỀ 2. PHƯƠNG TRÌNH - HỆ PHƯƠNG TRÌNH

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Phương trình $ax + b = 0^{(1)}$, TXĐ: $D = \mathbb{R}$

- Nếu $a \neq 0$ phương trình (1) có nghiệm duy nhất $x = \frac{-b}{a}$.
- Nếu $a = 0$ thì
 - + Nếu $b \neq 0$ thì phương trình (1) vô nghiệm.
 - + Nếu $b = 0$ thì phương trình (1) vô số nghiệm.

2. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0^{(2)}$, ($a \neq 0$), $\Delta = b^2 - 4ac$ • Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình (2) vô nghiệm.

- Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình (2) có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$.
- Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \end{cases}$$

Định lí Viet : Nếu phương trình (2) có 2 nghiệm x_1, x_2 , ($a \neq 0; \Delta \geq 0$). Khi đó:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = S = \frac{-b}{a} \\ x_1 x_2 = P = \frac{c}{a} \end{cases}$$

Hệ quả:

- Nếu $a + b + c = 0$ thì phương trình (2) có 2 nghiệm $x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}$.
- Nếu $a - b + c = 0$ thì phương trình (2) có 2 nghiệm $x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a}$.

3. Trị tuyệt đối

- $|A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$
- $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$
- $|A - B| = |A| + |B| \Leftrightarrow A \cdot B \leq 0$.
- $|A|^2 = A^2$
- $|A + B| = ||A| - |B|| \Leftrightarrow A \cdot B \leq 0$.
- $|A| \geq 0, \forall A$.
- $|A + B| = |A| + |B| \Leftrightarrow A \cdot B \geq 0$.
- $|A - B| = ||A| - |B|| \Leftrightarrow A \cdot B \geq 0$.

4. Hệ phương trình bậc nhất hai ẩn $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$, ($a_1^2 + b_1^2 \neq 0, a_2^2 + b_2^2 \neq 0$).

Giải và biện luận: Tính các định thức $D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$; $D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$; $D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$

— Nếu $D \neq 0$ thì hệ có nghiệm duy nhất $\left(x = \frac{D_x}{D}; y = \frac{D_y}{D}\right)$.

— Nếu $D = 0$ khi đó:

- Nếu $D_x \neq 0$ hoặc $D_y \neq 0$ thì hệ vô nghiệm.
- Nếu $D_x = D_y = 0$ thì hệ vô số nghiệm.

Chú ý : Để giải hệ phương trình bậc nhất hai ẩn ta có thể dùng các cách giải đã biết như: phương pháp thế, phương pháp cộng đại số.

Hệ phương trình bậc nhất nhiều ẩn.

Nguyên tắc chung để giải các hệ phương trình nhiều ẩn là khử bớt ẩn để đưa về các phương trình hay hệ phương trình có số ẩn ít hơn. Để khử bớt ẩn, ta cũng có thể dùng các phương pháp cộng đại số, phương pháp thế như đối với hệ phương trình bậc nhất hai ẩn.

5. Hệ phương trình bậc hai hai ẩn

- a. Hệ gồm 1 phương trình bậc nhất và 1 phương trình bậc hai
 - Từ phương trình bậc nhất rút một ẩn theo ẩn kia.
 - Thế vào phương trình bậc hai để đưa về phương trình bậc hai một ẩn.
 - Số nghiệm của hệ tùy theo số nghiệm của phương trình bậc hai này.

b. Hệ đối xứng loại 1: $\begin{cases} f(x,y) = 0^{(1)} \\ g(x,y) = 0 \end{cases}$, trong đó: $f(x,y) = f(y,x)$ và $g(x,y) = g(y,x)$

- Đặt $S = x + y, P = xy$.
- Đưa hệ phương trình (1) về hệ (2) với các ẩn là S và P .
- Giải hệ (2) ta tìm được S và P .
- Tìm nghiệm (x,y) bằng cách giải phương trình: $X^2 - SX + P = 0$.

c. Hệ đối xứng loại 2: $\begin{cases} f(x,y) = 0, (1) \\ f(y,x) = 0, (2) \end{cases}$

d. Hệ đẳng cấp bậc hai $\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 = d_1 \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 = d_2 \end{cases}$

- Giải hệ khi $x = 0$ (hoặc $y = 0$).
- Khi $x \neq 0$, đặt $y = kx$. Thế vào hệ ta được hệ theo k và x . Khử x ta tìm được phương trình bậc hai theo k . Giải phương trình này ta tìm được k , từ đó tìm được (x,y) .

B DẠNG BÀI TẬP

☐ Dạng 1. Phương trình tích

Ví dụ 1. Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2} = 0$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Điều kiện: $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$.

$$(x^2 - 4x + 3)\sqrt{x-2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ \sqrt{x-2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1(l) \\ x = 3(n) \\ x = 2(n) \end{cases}. \text{ Vậy phương trình trên có 2 nghiệm.}$$

☐ Dạng 2. Phương trình chứa ẩn trong dấu giá trị tuyệt đối

Ví dụ 2. Giải phương trình: $|x + 1| = 2x + 1$.

Phân tích hướng dẫn giải

Dạng: $|f(x)| = g(x)$

Cách 1: $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) < 0 \\ -f(x) = g(x) \end{cases}$

Cách 2: $\begin{cases} g(x) \geq 0 \\ f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

$$\text{Ta có: } |x + 1| = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 1 \geq 0 \\ \begin{cases} x + 1 = 2x + 1 \\ x + 1 = -2x - 1 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{2} \\ \begin{cases} x = 0 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Ví dụ 3. Phương trình $|3 - x| = |2x - 5|$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$.

Phân tích hướng dẫn giải

$$\text{Dạng } |f(x)| = |g(x)| \Leftrightarrow [f(x)]^2 = [g(x)]^2 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) = -g(x) \end{cases}$$

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

$$\text{Phương trình } |3 - x| = |2x - 5| \Leftrightarrow (3 - x)^2 = (2x - 5)^2 \Leftrightarrow (x - 2)(-3x + 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = \frac{14}{3}.$$

Ví dụ 4. Giải phương trình: $|2x - 4| + |x - 1| = 0$.

Phân tích hướng dẫn giải

$$a|f(x)| + b|g(x)| = h(x)$$

Đối với phương trình có dạng này ta thường dùng phương pháp khoảng để giải.

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

$$\text{Trường hợp 1: } x \leq 1 \quad (1) \Leftrightarrow -(2x - 4) - (x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} > 1 \text{ loại.}$$

$$\text{Trường hợp 2: } 1 < x \leq 2 \quad (1) \Leftrightarrow -(2x - 4) + (x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = 3 \notin (1; 2] \text{ loại.}$$

$$\text{Trường hợp 3: } x > 2 \quad (1) \Leftrightarrow (2x - 4) + (x - 1) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} < 2 \text{ loại.}$$

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Dạng 3. Phương trình chứa ẩn ở mẫu

Ví dụ 5. Giải phương trình: $\frac{x-1}{x-2} = \frac{4}{x^2-4}$

Phân tích hướng dẫn giải

Khi giải phương trình chứa ẩn ở mẫu thức, ta phải chú ý đến điều kiện xác định của phương trình (mẫu thức khác 0).

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

$$\text{Điều kiện xác định: } \begin{cases} x \neq 2 \\ x \neq -2 \end{cases}.$$

Với điều kiện đó phương trình đã cho tương đương với phương trình:

$$\frac{(x-1)(x+2)}{x^2-4} = \frac{4}{x^2-4} \Leftrightarrow (x-1)(x+2) = 4 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 2 \end{cases}$$

So sánh điều kiện xác định, phương trình có 1 nghiệm $x = -3$.

☐ Dạng 4. Phương trình chứa ẩn dưới dấu căn

Ví dụ 6. Tìm tập nghiệm S của phương trình: $\sqrt{2x-3} = x-3$

Phân tích hướng dẫn giải

Cách giải: Để giải phương trình chứa ẩn dưới dấu căn ta tìm cách để khử dấu căn, bằng cách:

- Nâng lũy thừa hai vế.
- Đặt ẩn phụ.

Chú ý: Khi thực hiện các phép biến đổi cần chú ý điều kiện để các căn được xác định.

Dạng 1: $\sqrt{f(x)} = g(x)^{(1)}$

$$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = [g(x)]^2 \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$$

Dạng 2: $\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}^{(2)}$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \geq 0 \text{ (hay } g(x) \geq 0) \end{cases}$$

Dạng 3: $af(x) + b\sqrt{f(x)} + c = 0^{(3)}$. Đặt $t = \sqrt{f(x)}$, $t \geq 0$

$$(3) \Rightarrow at^2 + bt + c = 0$$

Dạng 4: $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} = h(x)^{(4)}$

- Đặt $u = \sqrt{f(x)}$, $v = \sqrt{g(x)}$ với $u, v \geq 0$.
- Đưa phương trình trên về hệ phương trình với hai ẩn là u và v .

Dạng 5: $\sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)} + \sqrt{f(x) \cdot g(x)} = h(x)^{(5)}$. Đặt $t = \sqrt{f(x)} + \sqrt{g(x)}$, $t \geq 0$.

⇔⇔⇔ LỜI GIẢI CHI TIẾT ⇔⇔⇔

$$\text{Ta có: } \sqrt{2x-3} = x-3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ 2x-3 = (x-3)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 2x-3 = x^2-6x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x^2-8x+12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \begin{cases} x = 6 \\ x = 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$x = 6$.

Vậy tập nghiệm $S = \{6\}$.

☐ Dạng 5. Định lý Viet và ứng dụng

Ví dụ 7. Tổng các bình phương của nghiệm của phương trình $x^2 + 5x + 2 + 2\sqrt{x^2 + 5x + 10} = 0$ là ?

Phân tích hướng dẫn giải

⇔⇔⇔ LỜI GIẢI CHI TIẾT ⇔⇔⇔

Điều kiện xác định $x^2 + 5x + 10 \geq 0 \Leftrightarrow x \in \mathbb{R}$.

Khi đó phương trình $\Leftrightarrow x^2 + 5x + 10 + 2\sqrt{x^2 + 5x + 10} - 8 = 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + 5x + 10} = 2 \\ \sqrt{x^2 + 5x + 10} = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + 5x + 10} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = -2 \end{cases}. \text{ Vậy } x_1^2 + x_2^2 = 2^2 + 3^2 = 13.$$

Ví dụ 8. Gọi $x_1; x_2$ là các nghiệm của phương trình $4x^2 - 7x - 1 = 0$. Tính giá trị biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{7}{4} \\ x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{4} \end{cases}$. Khi đó: $M = x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2 - 2\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{57}{16}$.

Dạng 6. Giải và biện luận phương trình

Ví dụ 9. Tính tổng các nghiệm của phương trình sau: $|x - 2| = 3x^2 - x - 2$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có: $|x - 2| = 3x^2 - x - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x - 2 = 3x^2 - x - 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x - 2 \leq 0 \\ -x + 2 = 3x^2 - x - 2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x \geq 2 \\ 3x^2 - 2x = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x \leq 2 \\ 3x^2 - 4 = 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình là 0.

Ví dụ 10. Gọi m_0 là giá trị của tham số m để phương trình $(m + 2)x - (x + 1) = 0$ vô nghiệm. Tìm m_0 ?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có: $(m + 2)x - (x + 1) = 0 \Leftrightarrow (m + 1)x - 1 = 0$
 Phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m + 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$. Vậy $m_0 = -1$.

Ví dụ 11. Tìm giá trị của m để phương trình: $2x^2 - (m - 2)x + m - 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:
 $\Delta > 0 \Leftrightarrow (m - 2)^2 - 8(m - 4) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 12m + 36 > 0 \Leftrightarrow (m - 6)^2 > 0 \Leftrightarrow m \neq 6$.

Ví dụ 12. Với giá trị nào của m thì phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt?

Phân tích hướng dẫn giải

⇔⇔⇔ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⇔⇔⇔

Phương trình $mx^2 - 2(m-2)x + m - 3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m \neq 0 \\ (m-2)^2 - m(m-3) > 0 \\ \frac{2(m-2)}{m} > 0 \\ \frac{m-3}{m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -m+4 > 0 \\ m \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty) \\ m \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow m \in (-\infty; 0) \cup (3; 4).$$

Dạng 7. Giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Ví dụ 13. Tìm giá trị nào của a để hệ phương trình $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2a-1 \end{cases}$ có nghiệm $(x; y)$ duy nhất thỏa mãn $x < y$?

Phân tích hướng dẫn giải

⇔⇔⇔ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⇔⇔⇔

Ta có $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2a-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=a \\ y=1-a \end{cases}$.

⇒ Hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất với mọi a .

Mà $x < y \Rightarrow a < 1-a \Leftrightarrow a < \frac{1}{2}$.

Vậy với $a < \frac{1}{2}$ thì hệ phương trình đã cho có nghiệm $(x; y)$ duy nhất thỏa mãn $x < y$.

📁 Dạng 8. Giải và biện luận hệ phương trình bậc nhất hai ẩn

Ví dụ 14. Có bao nhiêu giá trị m nguyên dương để hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = 3 \\ 2x + my = 9 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất $(x; y)$ sao cho biểu thức $A = 3x - y$ nhận giá trị nguyên?

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Ta có $D = \begin{vmatrix} m & -1 \\ 2 & m \end{vmatrix} = m^2 + 2 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên hệ phương trình luôn có nghiệm duy nhất.

$$D_x = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 9 & m \end{vmatrix} = 3m + 9; D_y = \begin{vmatrix} m & 3 \\ 2 & 9 \end{vmatrix} = 9m - 6.$$

Vậy hệ luôn có nghiệm duy nhất là $\begin{cases} x = \frac{3m + 9}{m^2 + 2} \\ y = \frac{9m - 6}{m^2 + 2} \end{cases}$.

$$\text{Ta có } A = 3x - y = \frac{3(3m + 9)}{m^2 + 2} - \frac{9m - 6}{m^2 + 2} = \frac{33}{m^2 + 2}.$$

Để A nguyên thì $m^2 + 2$ là ước của 33 mà $m^2 + 2 \geq 2$ nên ta có các trường hợp sau

- $m^2 + 2 = 3 \Leftrightarrow m = \pm 1.$
- $m^2 + 2 = 11 \Leftrightarrow m = \pm 3.$
- $m^2 + 2 = 33 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{31}$ (loại).

Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m để A nguyên.

Ví dụ 15. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ $\begin{cases} mx + 3y = m - 1 \\ 2x + (m - 1)y = 3 \end{cases}$ vô số nghiệm?

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Trường hợp $m = 1$. Hệ phương trình trở thành $\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x = 3 \end{cases}$, hệ có nghiệm duy nhất.

Trường hợp $m \neq 1$.

$$\text{Ta có hệ vô số nghiệm khi: } \frac{m}{2} = \frac{3}{m-1} = \frac{m-1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{m}{2} = \frac{3}{m-1} \\ \frac{3}{m-1} = \frac{m-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow m = -2.$$

📁 Dạng 9. Giải hệ phương trình bậc cao

Ví dụ 16. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + xy = 5 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$$

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Đặt $S = x + y$, $P = xy$ với $S^2 - 4P \geq 0$.

Ta có
$$\begin{cases} S + P = 5 \\ S^2 - 2P = 5 \end{cases} \Rightarrow S^2 - 2(5 - S) = 5 \Rightarrow S^2 + 2S - 15 = 0 \Rightarrow S = -5; S = 3.$$

Với $S = -5 \Rightarrow P = 10$ (loại).

Với $S = 3 \Rightarrow P = 2$ (nhận).

Khi đó x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - 3X + 2 = 0 \Leftrightarrow X = 1; X = 2$

Vậy hệ có nghiệm $(2; 1), (1; 2)$.

Ví dụ 17. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 = 0 \\ x^2 - xy - y^2 + 3x + 7y + 3 = 0 \end{cases}$$

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Phương trình (1) $\Leftrightarrow (x + y)(2x - y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -y \\ 2x = y. \end{cases}$

Trường hợp 1: $x = -y$ thay vào (2) ta được $x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3. \end{cases}$

Suy ra hệ phương trình có hai nghiệm là $(1; -1), (3; -3)$.

Trường hợp 2: $2x = y$ thay vào (2) ta được $-5x^2 + 17x + 3 = 0$ phương trình này không có nghiệm nguyên.

Vậy các cặp nghiệm $(x; y)$ sao cho x, y đều là các số nguyên là $(1; -1)$ và $(3; -3)$.

📁 Dạng 10. Toán thực tế giải phương trình, hệ phương trình

Ví dụ 18. Một khách sạn có 102 phòng gồm 3 loại: phòng 3 người, phòng 2 người và phòng 1 người. Nếu đầy khách tất cả các phòng thì khách sạn đón được 211 khách. Còn nếu cải tạo lại các phòng bằng cách: sửa các phòng 2 người thành 3 người, còn phòng 3 người sửa lại thành phòng 2 người và giữ nguyên các phòng 1 người thì tối đa một lần có thể đón đến 224 khách. Vậy số phòng từng loại của khách sạn sau khi cải tạo là?

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Gọi số phòng 3 người, 2 người, 1 người ban đầu lần lượt là x, y, z .

Điều kiện: x, y, z nguyên dương.

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 102 \\ 3x + 2y + z = 221 \\ 2x + 3y + z = 224. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 32, y = 45, z = 25$.

Suy ra số phòng từng loại sau khi cải tạo là 45 phòng 3 người, 32 phòng 2 người, 25 phòng 1 người.

Ví dụ 19. Có ba lớp học sinh 10A, 10B, 10C gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi mỗi lớp có bao nhiêu học sinh?

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Gọi số học sinh của lớp 10A, 10B, 10C lần lượt là x, y, z .

Điều kiện: x, y, z nguyên dương. Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình
$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476. \\ 4x + 5y = 375 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $x = 40, y = 43, z = 45$.

🕒 BÀI TẬP TỰ LUẬN

👉 **Câu 1.** Giải các phương trình sau đây:

$$1. x + \frac{1}{1-x} = \frac{2x-1}{x-1}.$$

$$2. x + \frac{1}{x-2} = \frac{2x-3}{x-2}.$$

$$3. \sqrt{x-3}(x^2-3x+2) = 0.$$

$$4. \sqrt{x+1}(x^2-x-2) = 0.$$

$$5. \frac{x}{\sqrt{x-2}} = \frac{1}{\sqrt{x-2}} - \sqrt{x-2}.$$

$$6. \frac{x^2-4}{\sqrt{x+1}} = \frac{x+3}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+1}.$$

$$7. x-2 + \frac{3}{x+1} = -\frac{2x-1}{x+1}.$$

$$8. x+3 - \frac{2x}{x-2} = \frac{x-6}{x-2}.$$

$$9. \frac{3x}{x^2+2x+3} = \frac{5x-3}{x^2+2x+3} + 1.$$

$$10. \frac{4-x}{x^2-3x+2} = \frac{2}{x^2-3x+2} + 1.$$

$$11. \frac{x^2+3x+2}{2x+3} = \frac{2x-5}{4}.$$

$$12. \frac{2x+3}{x-3} - \frac{4}{x+3} = \frac{24}{x^2-9} + 2.$$

📁 **Câu 2.** Giải và biện luận các phương trình sau đây theo tham số m ?

- $(m+1)^2x = (2x+1)m + 5x + 2.$
- $(m-1)(x+2) + 1 = m^2.$
- $(m^2-1)x = m^3 + 1.$
- $(m^2+m)x = m^2 - 1.$
- $m^2x + 3mx + 1 = m^2 - 2x.$
- $m^2(x+1) = x + m.$
- $(2m^2+3)x - 4m = x + 1.$
- $m^2(1-x) = x + 3m.$
- $m^2(x-1) + 3mx = (m^2+3)x - 1.$
- $2mx + 3 = m - x.$

📁 **Câu 3.** Giải và biện luận các phương trình sau đây theo tham số m ?

- $\frac{mx-m+1}{x+2} = 3.$
- $m-2 - \frac{2(m+4)}{x-1} = 0.$
- $\frac{2}{x-1} = m.$
- $\frac{m}{x-1} = \frac{1-m}{x+2}.$
- $\frac{x-m}{x-1} + \frac{x-1}{x-m} = 2.$
- $\frac{x+m}{x-1} + \frac{x+3}{x} = 2.$
- $\frac{x-m}{x-1} = \frac{x+2}{x+1}.$
- $\frac{mx+m-2}{x-m} = 2.$
- $\frac{x+m}{x-1} = \frac{x+3}{x-2}.$
- $\frac{x-m}{x-2} + \frac{x-3}{x} = 2.$

📁 **Câu 4.** Giải và biện luận các phương trình sau đây theo tham số m :

- $|x+m| = |x-m+2|.$
- $|x-m| = |x+1|.$
- $|mx+1| = |x-1|.$
- $|1-mx| = |x+m|.$

📁 **Câu 5.** Tìm m để phương trình sau đây có nghiệm duy nhất

- $m(2x-1) + 5 + x = 0.$
- $m^2x - 2m^2x = m^5 + 3m^4 - 1 + 8mx.$
- $\frac{x+2}{x-m} = \frac{x+1}{x-1}.$

📁 **Câu 6.** Tìm m để phương trình sau đây vô nghiệm.

- $m^2(x-1) + 2mx = 3(m+x) - 4.$
- $(m^2-m)x = 12(x+2) + m^2 - 10.$
- $(m+1)^2x + 1 - m = (7m-5)x.$
- $\frac{x+m}{x+1} + \frac{x-2}{x} = 2.$

📁 **Câu 7.** Tìm m để các phương trình sau có tập hợp nghiệm là \mathbb{R} .

- $m^2(x-1) - 4mx = -5m + 4$
- $3m^2(x-1) - 2mx = 5x - 11m + 10$
- $m^2x = 9x + m^2 - 4m + 3$
- $m^3x = mx + m^2 - m$

📁 **Câu 8.** Giải các phương trình sau đây

- $|x-2| = x+1.$
- $|x+1| = x-2.$
- $2|x-1| = x+2.$
- $|2x-1| = |-5x-2|.$
- $|3x-2| = 2x+3.$
- $|x-2| = 2x-1.$
- $|x-3| = 2x+1.$
- $|2x+5| = x^2+5x+1.$

📁 **Câu 9.** Giải các phương trình sau đây:

- $\sqrt{5x+6} = x-6.$
- $\sqrt{2x^2+5} = x+2.$
- $x-2 = \sqrt{x}.$
- $\sqrt{2x+1} = x-1.$
- $\sqrt{2x-3} = x-2.$
- $\sqrt{x^2-7x+10} = 3x-1.$
- $\sqrt{3-x} - \sqrt{x+2} = 1.$
- $\sqrt{4x^2+2x+10} = 3x+1.$
- $\frac{|x-2|}{\sqrt{x-1}} = \frac{x-2}{\sqrt{x-1}}.$
- $\frac{|x|}{\sqrt{2-x}} = \frac{x}{\sqrt{2-x}}.$
- $\frac{|x-1|}{\sqrt{x-2}} = \frac{1-x}{\sqrt{x-2}}.$
- $\frac{|x|}{\sqrt{x-1}} = \frac{x}{\sqrt{x-1}}.$

📁 **Câu 10.** Cho phương trình: $3x^2 - 2(m+1)x + 3m - 5 = 0$. Tìm m để phương trình có 1 nghiệm gấp 3 lần nghiệm kia. Tính các nghiệm trong trường hợp đó.

⇒ **Câu 11.** Cho phương trình bậc hai: $x^2 + (2m - 3)x + m^2 - 2m = 0$.

1. Xác định m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.
2. Với m nào thì phương trình có hai nghiệm và tích của chúng bằng 8. Tìm các nghiệm trong trường hợp đó.

⇒ **Câu 12.** Cho phương trình: $mx^2 + (m^2 - 3)x + m = 0$.

1. Xác định m để phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.
2. Với m nào thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả: $x_1 + x_2 = \frac{13}{4}$.

⇒ **Câu 13.** Cho phương trình: $(m + 2)x^2 + (2m + 1)x + 2 = 0$.

1. Tìm m để phương trình có 2 nghiệm trái dấu và tổng hai nghiệm bằng -3 .
2. Với m nào thì phương trình có nghiệm kép. Tìm nghiệm kép đó.

⇒ **Câu 14.** Cho phương trình: $9x^2 + 2(m^2 - 1)x + 1 = 0$.

1. Chứng tỏ rằng với $m > 2$ thì phương trình có 2 nghiệm âm phân biệt.
2. Với m nào thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả $x_1 + x_2 = -4$.

⇒ **Câu 15.** Cho phương trình: $(m + 1)x^2 - (m - 1)x + m = 0$.

1. Xác định m để PT có một nghiệm bằng -3 . Tính nghiệm kia.
2. Với m nào phương trình có 1 nghiệm gấp đôi nghiệm kia. Tính các nghiệm trong trường hợp đó.

⇒ **Câu 16.** Cho phương trình: $3x^2 + 5x + 2m + 1 = 0$.

1. Với giá trị m nào thì phương trình có hai nghiệm trái dấu.
2. Với giá trị m nào thì phương trình có hai nghiệm âm phân biệt.
3. Với giá trị m nào thì phương trình có hai nghiệm dương phân biệt.
4. Với giá trị m nào thì phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thoả $x_1^3 + x_2^3 = 10$. Tính các nghiệm đó.

⇒ **Câu 17.** Cho phương trình: $3x^2 + 2(3m - 1)x + 3m^2 - m + 1 = 0$.

1. Với giá trị nào của m thì phương trình vô nghiệm.
2. Giải phương trình khi $m = -1$.

⇒ **Câu 18.** Cho phương trình: $(m + 1)x^2 + (3m - 1)x + 2m - 2 = 0$. Xác định m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 mà $x_1 + x_2 = 3$. Khi đó, tìm các nghiệm x_1, x_2 .

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

⇒ **Câu 1.** Cho phương trình $|3x - 1| = 2x - 5^{(1)}$. Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) Phương trình (1) vô nghiệm.
 (B) Phương trình (1) có đúng một nghiệm.
 (C) Phương trình (1) có đúng hai nghiệm phân biệt.
 (D) Phương trình (1) có vô số nghiệm.

⇒ **Câu 2.** Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $|x| = -x$?

- (A) Vô số. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

👉 **Câu 3.** Giả sử x_0 là một nghiệm lớn nhất của phương trình $|3x - 4| = 6$. Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG?

- (A) $x_0 \in (-1; 0)$. (B) $x_0 \in (3; 4)$. (C) $x_0 \in (0; 2)$. (D) $x_0 \in (4; 6)$.

👉 **Câu 4.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|5x + 4| = x + 4$.

- (A) $\frac{4}{3}$. (B) 0. (C) $-\frac{4}{3}$. (D) 4.

👉 **Câu 5.** Tập nghiệm của phương trình $|x - 2| = 2x - 1$ là:

- (A) $S = \{-1\}$. (B) $S = \{1\}$. (C) $S = \{-1; 1\}$. (D) $S = \{0\}$.

👉 **Câu 6.** Gọi a, b là hai nghiệm của phương trình $|3x - 2| = |x - 4|$ sao cho $a < b$. Tính $M = 3a + 2b$.

- (A) $M = 5$. (B) $M = 0$. (C) $M = -5$. (D) $M = -\frac{5}{2}$.

👉 **Câu 7.** Phương trình $|3x - 2| = x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.

👉 **Câu 8.** Số nghiệm của phương trình $|x^2 - 1| = x - 2$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

👉 **Câu 9.** Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|2x^2 - 3x - 2| = |x + 2|$.

- (A) 1. (B) 2. (C) $\frac{3}{2}$. (D) 3.

👉 **Câu 10.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $|x^2 - 2x - 1| = |x^2 - 2|$ bằng:

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) 1. (C) $\frac{3}{2}$. (D) $-\frac{3}{2}$.

👉 **Câu 11.** Phương trình $|x^2 + 2x - 8| = x - 2$ có số nghiệm là:

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

👉 **Câu 12.** Biết phương trình $\frac{x-1}{2x-3} = -3 + \frac{4}{x+1}$ có một nghiệm là $\frac{a+\sqrt{b}}{c}$, với a, b, c nguyên dương và $\frac{a}{c}$ tối giản. Tính $T = 2a - b + 3c$.

- (A) $T = -1$. (B) $T = 5$. (C) $T = -5$. (D) $T = 1$.

👉 **Câu 13.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{x^2+x+2} - \frac{1}{x^2+x-2} = 1$ là

- (A) 1. (B) 0. (C) $-\frac{5}{2}$. (D) -1.

👉 **Câu 14.** Số nghiệm của phương trình $\frac{x^2-2x+2}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 2 + \frac{1}{x-2}$ là

- (A) 2. (B) 0. (C) 3. (D) 1.

👉 **Câu 15.** Cho phương trình $\frac{x^2-3x-2}{x-3} = -x$ có nghiệm a . Khi đó a thuộc tập:

- (A) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. (B) $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$. (C) $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. (D) \emptyset .

👉 **Câu 16.** Tìm số giao điểm giữa đồ thị hàm số $y = \sqrt{3x-4}$ và đường thẳng $y = x - 3$.

- (A) 1 giao điểm. (B) 2 giao điểm. (C) 3 giao điểm. (D) 4 giao điểm.

👉 **Câu 17.** Tổng các nghiệm (nếu có) của phương trình: $\sqrt{2x-1} = x - 2$ bằng:

- (A) 6. (B) 1. (C) 5. (D) 2.

👉 **Câu 18.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6} = x - 6$ bằng

- (A) 6. (B) 2. (C) 2 và 5. (D) 15.

👉 **Câu 19.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2-2x+5} = x^2-2x+3$ là:

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

👉 **Câu 20.** Phương trình $\sqrt{2x^2+3x-5} = x+1$ có nghiệm:

- (A) $x = 4$. (B) $x = 1$. (C) $x = 2$. (D) $x = 3$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. A	2. A	3. B	4. C	5. B	6. B	7. A	8. A	9. C	10. C
11. C	12. A	13. C	14. B	15. A	16. A	17. C	18. D	19. C	20. C

BÀI TẬP SỐ 2

- ☞ **Câu 1.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{3x^2 - 9x + 7} = x - 2$ là
 (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.
- ☞ **Câu 2.** Số nghiệm của phương trình sau $x - \sqrt{2x^2 - 3x + 1} = 1$ là:
 (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.
- ☞ **Câu 3.** Số nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 86 - 19\sqrt{x^2 - 3x + 16} = 0$ là.
 (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 4.
- ☞ **Câu 4.** Tổng các bình phương các nghiệm của phương trình $(x - 1)(x - 3) + 3\sqrt{x^2 - 4x + 5} - 2 = 0$ là:
 (A) 16. (B) 17. (C) 4. (D) 8.
- ☞ **Câu 5.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2 - 3x + 2) = 0$ là
 (A) $S = \{2\}$. (B) $S = \{1; 2\}$. (C) $S = \{1\}$. (D) $S = \emptyset$.
- ☞ **Câu 6.** Tập nghiệm của phương trình $\sqrt{x-2}(x^2 - 4x + 3) = 0$ là
 (A) $S = \{1; 2; 3\}$. (B) $S = \{1; 3\}$. (C) $S = \{2; 3\}$. (D) $S = \{2\}$.
- ☞ **Câu 7.** Tập nghiệm của phương trình $(x^2 - x - 2) \cdot \sqrt{x-1} = 0$ là
 (A) $S = \{-1; 1; 2\}$. (B) $S = [1; 2]$. (C) $S = \{-1; 2\}$. (D) $S = \{1; 2\}$.
- ☞ **Câu 8.** Số nghiệm của phương trình $(x - 2)\sqrt{2x + 7} = x^2 - 4$ bằng:
 (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 0.
- ☞ **Câu 9.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x - 1} = \sqrt{3 - x}$ là
 (A) $x = \frac{4}{3}$. (B) $x = \frac{3}{4}$. (C) $x = \frac{2}{3}$. (D) $x = \frac{3}{2}$.
- ☞ **Câu 10.** Số nghiệm của phương trình $x\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$ là
 (A) 2. (B) 3. (C) 0. (D) 1.
- ☞ **Câu 11.** Tìm tập hợp nghiệm của phương trình $\sqrt{3-x} = \sqrt{x+2} + 1$.
 (A) $\{2\}$. (B) $\{-1\}$. (C) $\{1; -2\}$. (D) $\{-1; 2\}$.
- ☞ **Câu 12.** Số nghiệm nguyên của phương trình sau $\sqrt{x+3} - \sqrt{2x-1} = 1$ là:
 (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) 3.
- ☞ **Câu 13.** Biết phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x^2-1}$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính giá trị biểu thức $A = (x_1 - 1) \cdot (x_2 - 1)$.
 (A) $\sqrt{2}$. (B) $\sqrt{3}$. (C) 0. (D) 1.
- ☞ **Câu 14.** Giải phương trình trên tập số thực: $\frac{\sqrt{5x-4x^2-x}}{x-1} = 2$.
 (A) $x = 1$. (B) $x \in \emptyset$. (C) $x = 4$. (D) $\begin{cases} x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$.
- ☞ **Câu 15.** Số nghiệm của phương trình $\frac{(x^2 - 3x + 2)\sqrt{x-3}}{\sqrt{x-1}} = 0$.
 (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.
- ☞ **Câu 16.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{2-x} + \frac{2-x}{\sqrt{x-3}} = 0$ là
 (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.
- ☞ **Câu 17.** Cho phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Biết rằng $x_1 = 1$. Hỏi x_2 bằng bao nhiêu?
 (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.
- ☞ **Câu 18.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 3x - 9 = 0$. Chọn đáp án đúng.
 (A) $x_1x_2 + x_1 + x_2 = 6$. (B) $x_1 + x_2 = 3$. (C) $x_1x_2(x_1 + x_2) = 27$. (D) $x_1x_2 = 9$.
- ☞ **Câu 19.** Phương trình $-2x^2 + 3x - 1 = 0$ có tổng hai nghiệm bằng
 (A) $\frac{3}{2}$. (B) không tồn tại. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{3}{4}$.

📁 **Câu 20.** Tính tổng bình phương các nghiệm của phương trình $x^2 - 2x - 13 = 0$.

Ⓐ -22.

Ⓑ 30.

Ⓒ 28.

Ⓓ 4.

📁 BẢNG ĐÁP ÁN 📁

1. A	2. B	3. D	4. C	5. A	6. C	7. D	8. B	9. A	10. D
11. B	12. A	13. C	14. B	15. B	16. B	17. C	18. B	19. A	20. B

BÀI TẬP SỐ 3

☞ **Câu 1.** Với m bằng bao nhiêu phương trình $mx + m - 1 = 0$ vô nghiệm?

- (A) $m = 0$. (B) $m = 0$ và $m = 1$. (C) $m = 1$. (D) $m = -1$.

☞ **Câu 2.** Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $(m^2 - 1)x + m^2 + 2m - 3 = 0$ vô nghiệm?

- (A) $m = 1$. (B) $m = -2$. (C) $m = -1$. (D) $m = -3$.

☞ **Câu 3.** Phương trình $(m^2 - 4)x = 3m + 6$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

- (A) $m \neq \pm 2; m \neq -3$. (B) $m \neq -2$. (C) $m \neq \pm 2$. (D) $m \neq 2$.

☞ **Câu 4.** Tìm m để phương trình sau có nghiệm $(m - 1)x - 2 = 0$.

- (A) $m = 1$. (B) $m \neq 1$. (C) $m = -1$. (D) $m = 0$.

☞ **Câu 5.** Phương trình $m^2x + 2 = x + 2m$ có tập nghiệm $S = \mathbb{R}$ khi và chỉ khi:

- (A) $m \neq \pm 1$. (B) $m = \pm 1$. (C) $m = 1$. (D) $m = -1$.

☞ **Câu 6.** Cho S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5; 10]$ để phương trình $(m + 1)x = -x + m - 1$ có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử trong S bằng

- (A) 39. (B) 42. (C) 48. (D) 15.

☞ **Câu 7.** Phương trình $x^2 - 3x + m + 1 = 0$ (ẩn x) có nghiệm khi và chỉ khi

- (A) $m \leq \frac{5}{4}$. (B) $m \neq \frac{5}{4}$. (C) $m = \frac{-5}{4}$. (D) $m \geq \frac{4}{5}$.

☞ **Câu 8.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - x + m - 2 = 0$ có nghiệm là

- (A) $m < \frac{9}{4}$. (B) $m \geq \frac{9}{4}$. (C) $m > \frac{9}{4}$. (D) $m \leq \frac{9}{4}$.

☞ **Câu 9.** Cho phương trình bậc hai: $x^2 - 2(m + 1)x + 2m^2 - m + 8 = 0$, với m là tham số. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề ĐÚNG ?

- (A) Phương trình có duy nhất một nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$.
 (B) Tồn tại một giá trị m để phương trình có nghiệm kép.
 (C) Phương trình luôn vô nghiệm với mọi $m \in \mathbb{R}$.
 (D) Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi $m \in \mathbb{R}$.

☞ **Câu 10.** Cho phương trình $(m - 3)x^2 - 2(m - 3)x + 1 - m = 0$ (1). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình (1) vô nghiệm?

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

☞ **Câu 11.** Phương trình $mx^2 - (2m + 3)x + m - 4 = 0$ vô nghiệm khi:

- (A) $m > \frac{9}{28}$. (B) $m \geq 0$. (C) $m < -\frac{9}{28}$. (D) $m \leq 0$.

☞ **Câu 12.** Tìm m để phương trình $mx^2 - 2(m + 1)x + m + 1 = 0$ vô nghiệm.

- (A) $m = 0$ và $m > -1$. (B) $m = 0$ và $m < -1$. (C) $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 0 \end{cases}$. (D) $m < -1$.

☞ **Câu 13.** Tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (m + 3)x + 2m + 2 = 0$ có đúng một nghiệm thuộc $(-\infty; 3]$ là

- (A) $\{1\} \cup (2; +\infty)$. (B) $(-\infty; 2] \cup \{1\}$. (C) $\{1\} \cup [2; +\infty)$. (D) $[2; +\infty)$.

☞ **Câu 14.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x^2 - 2x - 3 - m = 0$ có nghiệm $x \in [0; 4]$.

- (A) $m \in [-4; 5]$. (B) $m \in (-\infty; 5]$. (C) $m \in [-4; -3]$. (D) $m \in [3; +\infty)$.

☞ **Câu 15.** Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^2 - 4x + 6 + 3m = 0$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[1; 5]$?

- (A) $-1 \leq m < -\frac{2}{3}$. (B) $-1 \leq m \leq -\frac{2}{3}$. (C) $-\frac{11}{3} \leq m \leq -\frac{2}{3}$. (D) $-\frac{11}{3} \leq m \leq -1$.

☞ **Câu 16.** Tìm giá trị của tham số m ($m \in \mathbb{R}$) để phương trình $x^2 + \frac{1}{x^2} - (m^2 + m + 2)\left(x + \frac{1}{x}\right) + m^3 + 2m + 2 = 0$ có nghiệm thực.

- (A) $0 \leq m \leq 2$. (B) $m \geq 2$. (C) $\forall m \in \mathbb{R}$. (D) $m \leq -2$.

- ⇒ **Câu 17.** Phương trình $\frac{2mx-1}{x+1} = 3$ có nghiệm duy nhất khi
 Ⓐ $m \neq \frac{-1}{2}$ và $m \neq \frac{3}{2}$. Ⓑ $m \neq 0$. Ⓒ $m \neq \frac{3}{2}$. Ⓓ $m \neq 0$ và $m \neq \frac{3}{2}$.
- ⇒ **Câu 18.** Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình $\frac{2x-3m}{x-2} + \frac{x+2}{x-1} = 3$ vô nghiệm. Tính bình phương của tổng các phần tử của tập S .
 Ⓐ $\frac{16}{9}$. Ⓑ $\frac{121}{9}$. Ⓒ $\frac{49}{9}$. Ⓓ $\frac{65}{9}$.
- ⇒ **Câu 19.** Có bao nhiêu giá trị tham số a để phương trình $\frac{x+1}{x-a+1} = \frac{x}{x+a+2}$ vô nghiệm?
 Ⓐ 4. Ⓑ 5. Ⓒ 3. Ⓓ 2.
- ⇒ **Câu 20.** Hàm số $y = \frac{3x^2+2x+1}{x^2-2x+3}$ có tập giá trị $S = [a; b]$. Tính giá trị biểu thức $a^2 + b^2 + ab$
 Ⓐ 35. Ⓑ 25. Ⓒ 45. Ⓓ 55.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. A	2. C	3. C	4. B	5. C	6. B	7. A	8. D	9. C	10. C
11. C	12. D	13. A	14. A	15. A	16. C	17. A	18. D	19. A	20. A

BÀI TẬP SỐ 4

☞ **Câu 1.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- (A) $m \leq 2$. (B) $m < 1$. (C) $m \leq 1$. (D) $m < 2$.

☞ **Câu 2.** Phương trình $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi nào?

- (A) $-1 < m < 2$. (B) $-1 < m < 3$. (C) $-2 < m < 1$. (D) $1 < m < 2$.

☞ **Câu 3.** Tìm các giá trị của m để phương trình $(m-2)x^2 - 2(m-1)x + m - 7 = 0$ có hai nghiệm trái dấu.

- (A) $\begin{cases} m \geq 7 \\ m < 2 \end{cases}$. (B) $2 \leq m \leq 7$. (C) $2 < m < 7$. (D) $\begin{cases} m > 7 \\ m < 2 \end{cases}$.

☞ **Câu 4.** Phương trình $x^2 - 2mx + m^2 - 3m + 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu khi

- (A) $m \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$. (B) $m \in (1; 2)$.
(C) $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$. (D) $m \in \left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

☞ **Câu 5.** Phương trình $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ có hai nghiệm âm phân biệt khi và chỉ khi:

- (A) $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} \Delta > 0 \\ S < 0 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S < 0 \end{cases}$.

☞ **Câu 6.** Tìm m để phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương?

- (A) $m < 1$ và $m \neq 0$. (B) $m < 0$. (C) $0 < m < 1$. (D) $\begin{cases} m < -1 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$.

☞ **Câu 7.** Phương trình $x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt khi:

- (A) $m \in (-2; 6)$. (B) $m \in (6; +\infty)$. (C) $m \in (-2; 1)$. (D) $m \in \left(\frac{5}{9}; 1\right) \cup (6; +\infty)$.

☞ **Câu 8.** Giá trị của m để phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là:

- (A) $m > 6$. (B) $2 < m < 6$ hoặc $m < -3$.
(C) $m < 6$ và $m \neq 2$. (D) $m < 0$ hoặc $2 < m < 6$.

☞ **Câu 9.** Tìm m để phương trình $(m-1)x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

- (A) $m < 0; 1 < m < 2$. (B) $m > 2$. (C) $1 < m < 2$. (D) $m < \frac{1}{2}$.

☞ **Câu 10.** Phương trình $x^2 - 6x + m - 2 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt khi

- (A) $2 < m < 11$. (B) $0 < m < 11$. (C) $2 < m < 11$. (D) $2 \leq m \leq 11$.

☞ **Câu 11.** Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 2(m^2-1)mx + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và là hai số đối nhau?

- (A) 0. (B) 1. (C) 3. (D) 2.

☞ **Câu 12.** Cho phương trình $x^2 - 2(m-2)x + m^2 + m + 6 = 0$. Tìm tất cả giá trị m để phương trình có hai nghiệm đối nhau?

- (A) $m < -3$ hoặc $m > 2$. (B) Không có giá trị m . (C) $-3 < m < 2$. (D) $m = 2$.

☞ **Câu 13.** Có bao nhiêu giá trị m sao cho phương trình $x^2 + 2mx + 4 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 = 4$?

- (A) 2. (B) 0. (C) 4. (D) 1.

☞ **Câu 14.** Giả sử x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - (m+2)x + m^2 + 1 = 0$. Khi đó giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4(x_1 + x_2) - x_1x_2$ bằng

- (A) 11. (B) 7. (C) $-\frac{1}{9}$. (D) $\frac{95}{9}$.

☞ **Câu 15.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(m+2)x^2 - 2(m^2-1)mx + m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt và là hai số đối nhau?

- (A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

➤ **Câu 16.** Gọi $m_1; m_2$ là hai giá trị khác nhau của m để phương trình $x^2 - 3x + m^2 - 3m + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt $x_1; x_2$ sao cho $x_1 = 2x_2$. Tính $m_1 + m_2 + m_1 m_2$.

- (A) 4. (B) 3. (C) 5. (D) 6.

➤ **Câu 17.** Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + 2(m-1)x + 3m - 2 = 0$ có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 và thỏa mãn $\frac{1}{x_1} - 3 = \left| \frac{1}{x_2} \right|$?

- (A) 1. (B) 0. (C) 2. (D) 3.

➤ **Câu 18.** Cho phương trình: $(m-1)x^2 - 2(m+2)x + m + 1 = 0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $A = x_1 + x_2 - x_1 x_2$ là số một nguyên?

- (A) 3. (B) 4. (C) 6. (D) 5.

➤ **Câu 19.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm thực của phương trình $x^2 - mx + m - 1 = 0$ (m là tham số). Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{2x_1 x_2 + 3}{x_1^2 + x_2^2 + 2(x_1 x_2 + 1)}$.

- (A) $P_{\min} = -\frac{1}{2}$. (B) $P_{\min} = -2$. (C) $P_{\min} = 0$. (D) $P_{\min} = 1$.

➤ **Câu 20.** Tìm m để phương trình $x^2 - mx + m^2 - 3 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 là độ dài các cạnh góc vuông của một tam giác vuông với cạnh huyền có độ dài bằng 2.

- (A) $m = \sqrt{2}$. (B) $m = \pm\sqrt{3}$.
(C) không có giá trị nào của m . (D) $m = \pm\sqrt{2}$.

➤ **BẢNG ĐÁP ÁN** ➤

1. B	2. A	3. C	4. B	5. D	6. B	7. D	8. A	9. C	10. A
11. D	12. B	13. B	14. D	15. D	16. C	17. B	18. D	19. A	20. C

BÀI TẬP SỐ 5

➤ **Câu 1.** Số nghiệm của phương trình $2x + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = -x^2 + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$ là

- (A) 2. (B) 0. (C) 1. (D) 3.

➤ **Câu 2.** Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm: $\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x}$?

- (A) Vô số. (B) 1. (C) 0. (D) 2.

➤ **Câu 3.** Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x+4} = x+2$ là

- (A) $x \geq -2$. (B) $x \geq -4$. (C) $\forall x \in \mathbb{R}$. (D) $x > -4$.

➤ **Câu 4.** Giá trị m để $x = 2$ là một nghiệm của phương trình $x^2 - 2mx + 2 + m = 0$ là

- (A) $m = -1$. (B) $m = 2$. (C) $m = 1$. (D) $m = -2$.

➤ **Câu 5.** Điều kiện xác định của phương trình $\frac{1}{\sqrt{x-3}} = x+3$ là

- (A) $x = 3$. (B) $x \geq 3$. (C) $x > 3$. (D) $x \neq 3$.

➤ **Câu 6.** Cặp số (1;2) là nghiệm của phương trình nào sau đây?

- (A) $2x - y = 4$. (B) $x - 2y = 0$. (C) $2x + y = 2(x+1)$. (D) $x - y = 1$.

➤ **Câu 7.** Tập nghiệm của phương trình $\frac{x^2}{x+3} - \frac{9}{x+3} = 0$ là

- (A) $S = \emptyset$. (B) $S = \{\pm 3\}$. (C) $S = \{3\}$. (D) $S = \{-3\}$.

➤ **Câu 8.** Tập nghiệm của phương trình $|3x - 2| = 2x + 3$ là

- (A) $S = \emptyset$. (B) $S = \{-5\}$. (C) $S = \left\{-\frac{1}{5}; 5\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{1}{5}; -5\right\}$.

➤ **Câu 9.** Cho phương trình $\sqrt{x^3-1} + \sqrt{x+1} = \frac{1}{\sqrt{x^2-4}}$. Tìm điều kiện xác định của phương trình đã cho.

- (A) $x > 2$. (B) $x \geq 2$. (C) $x \geq 1$ và $x \neq 2$. (D) $x \leq -2$ và $x \geq 2$.

➤ **Câu 10.** Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- (A) $|x-1| = x+2 \Leftrightarrow (x-1)^2 = (x+2)^2$.
 (B) $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$.
 (C) $\sqrt{x-3} = 2 \Rightarrow x-3 = 4$.
 (D) $\sqrt{x-2} = \sqrt{2-x} \Leftrightarrow x-2 = 0$.

➤ **Câu 11.** Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $x-1=0$?

- (A) $2x-2=0$. (B) $x+1=0$. (C) $(x-1)(x+2)=0$. (D) $x+2=0$.

➤ **Câu 12.** Hai phương trình được gọi là tương đương với nhau khi

- (A) Có cùng dạng phương trình. (B) Có cùng tập xác định.
 (C) Tất cả đều đúng. (D) Có cùng tập hợp nghiệm.

➤ **Câu 13.** Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} - \sqrt{3-x} = \sqrt{x-2}$ là

- (A) $x \in (2; 3)$. (B) $x \geq 2$. (C) $x \leq 3$. (D) $x \in [2; 3]$.

➤ **Câu 14.** Tìm m để cặp phương trình sau tương đương $mx^2 - 2(m-1)x + m - 2 = 0$ (1) và $(m-2)x^2 - 3x + m^2 - 15 = 0$ (2)

- (A) $m = 2$. (B) $m = 3$. (C) $m = 1$. (D) $m = 4$.

➤ **Câu 15.** Tập nghiệm của phương trình $\frac{x^2-5x}{\sqrt{x-2}} = -\frac{4}{\sqrt{x-2}}$ là

- (A) $S = \emptyset$. (B) $S = \{1; 4\}$. (C) $S = \{1\}$. (D) $S = \{4\}$.

➤ **Câu 16.** Số nghiệm của phương trình $x - \frac{3}{4x+3} = 2 - \frac{3}{4x+3}$ là

- (A) 3. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

➤ **Câu 17.** Phương trình nào sau đây tương đương với phương trình $4x-1=0$.

- (A) $16x^2 - 1 = 0$. (B) $4x + \sqrt{x-2} = 1 + \sqrt{x-2}$.
 (C) $4x + \frac{3}{4x-1} = 1 + \frac{3}{4x-1}$. (D) $4x + \sqrt{x+2} = 1 + \sqrt{x+2}$.

➤ **Câu 18.** Hệ phương trình nào sau đây có nghiệm là $(1; 1)$?

- (A) $\begin{cases} x+y=2 \\ x-2y=0 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x-y=0 \\ x+2y=3 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ -4x=-2 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} 4x+y=3 \\ y=7 \end{cases}$.

➤ **Câu 19.** Tìm điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{2x-3} = \sqrt{-2x+4} - \sqrt{15+5x}$.

- (A) $\frac{3}{2} \leq x < 2$. (B) $\begin{cases} x \geq \frac{3}{2} \\ x \leq 2 \end{cases}$. (C) $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$. (D) $\frac{3}{2} < x \leq 2$.

➤ **Câu 20.** Cho phương trình $\sqrt{1-x} + \sqrt{x-m-2} = 2x-3$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để tập xác định phương trình trên có dạng là $[a; b]$.

- (A) $m \geq -1$. (B) $m < -1$. (C) $m \leq -1$. (D) $m > -1$.

➤ **Câu 21.** Tập nghiệm S của phương trình $|x-2| = |3x-5|$ là

- (A) $S = \left\{-\frac{7}{4}; -\frac{3}{2}\right\}$. (B) $S = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right\}$. (C) $S = \left\{-\frac{7}{4}; \frac{3}{2}\right\}$. (D) $S = \left\{\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right\}$.

➤ **Câu 22.** Phương trình $\sqrt{3x} + \sqrt{2x-2} = \sqrt{1-x} + 2$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

➤ **Câu 23.** Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $|x| = -x$.

- (A) 1. (B) vô số. (C) 0. (D) 2.

➤ **Câu 24.** Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $2x^2 - 6x - 3 = 0$. Đặt $M = (2x_1 - 1)(2x_2 - 1)$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- (A) $M = -11$. (B) $M = -8$. (C) $M = -9$. (D) $M = -12$.

➤ **Câu 25.** Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$?

- (A) 1. (B) 2. (C) vô số. (D) 0.

⇒ **Câu 26.** Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y + xy = a \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$. Đặt $S = x + y, P = xy$ thì hệ phương trình trở thành hệ phương trình nào sau đây?

- Ⓐ $\begin{cases} S + P = a \\ S^2 - 2P = a \end{cases}$ Ⓑ $\begin{cases} S + P = a \\ S^2 - P = a \end{cases}$ Ⓒ $\begin{cases} S + P = a \\ S^2 + P = a \end{cases}$ Ⓓ $\begin{cases} S + P = a \\ SP = a \end{cases}$

⇒ **Câu 27.** Hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y = 6 \\ y^2 + x = 6 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

- Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

⇒ **Câu 28.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $3x^2 - 2(m+1)x + 3m - 5 = 0$ có một nghiệm gấp ba lần nghiệm kia.

- Ⓐ $m \in \{3; 7\}$. Ⓑ $m = 1$. Ⓒ $m \in \left\{-\frac{3}{8}; -1\right\}$. Ⓓ $m = -3$.

⇒ **Câu 29.** Điều kiện của phương trình $\sqrt{x-1} + \frac{2017}{x-3} = 5$ là

- Ⓐ $\mathcal{D} = [1; +\infty)$. Ⓑ $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{3\}$. Ⓒ $\mathcal{D} = [1; +\infty) \setminus \{3\}$. Ⓓ $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

⇒ **Câu 30.** Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} - \frac{5}{\sqrt{7-x}} = 0$ là

- Ⓐ $2 \leq x \leq 7$. Ⓑ $2 \leq x < 7$. Ⓒ $2 < x < 7$. Ⓓ $2 < x \leq 7$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. C	2. B	3. B	4. B	5. C	6. C	7. C	8. C	9. A	10. A
11. A	12. D	13. D	14. D	15. D	16. D	17. D	18. B	19. C	20. B
21. D	22. D	23. B	24. B	25. A	26. A	27. D	28. A	29. C	30. B

BÀI TẬP SỐ 6

☞ **Câu 1.** Cho phương trình $m^2x + 6 = 4x + 3m$. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm.

- (A) $m \neq 2$. (B) $m = 2$. (C) $m \neq -2$. (D) $m = -2$.

☞ **Câu 2.** Biết phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó

- (A) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{a}{b} \\ x_1x_2 = \frac{a}{c} \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{2a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{2a} \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$.

☞ **Câu 3.** Tích các nghiệm của phương trình $\frac{9}{4x^2 - 1} = 3$ là

- (A) 1. (B) -4. (C) -1. (D) 4.

☞ **Câu 4.** Phương trình $x^2 - 2x + 3m - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khi

- (A) $m < 2$. (B) $m \neq 2$. (C) $m > 2$. (D) $m = 2$.

☞ **Câu 5.** Gọi a, b là hai nghiệm của phương trình $|x - 3| = |2 - 3x|$ sao cho $b < a$. Tính $M = 4a + 2b$.

- (A) $M = 4$. (B) $M = 6$. (C) $M = \frac{9}{2}$. (D) $M = \frac{1}{2}$.

☞ **Câu 6 (0D3Y2-4).** Phương trình $\sqrt{3x} + \sqrt{2x-2} = \sqrt{1-x} + 2$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 3. (B) 2. (C) 1. (D) 0.

☞ **Câu 7.** Cho phương trình $x^2 - 4x + 5m - 1 = 0$ với m là tham số thực. Phương trình vô nghiệm khi

- (A) $m > -1$. (B) $m < -1$. (C) $m > 1$. (D) $m < 1$.

☞ **Câu 8 (0D3Y2-4).** Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-3} = x-3$ là

- (A) $x = 0$. (B) $x = -6$. (C) $x = 6$. (D) $x = 3$.

☞ **Câu 9.** Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$ bằng

- (A) $\frac{b^2}{4a^2} + \frac{3c}{a}$. (B) $\frac{b^2}{4a^2} - \frac{3c}{a}$. (C) $-\frac{b^2}{a^2} - \frac{3c}{a}$. (D) $\frac{b^2}{a^2} - \frac{3c}{a}$.

☞ **Câu 10.** Tập nghiệm của phương trình $(x-1)(x-2) = 0$ là

- (A) $S = \{1; 2\}$. (B) $S = \emptyset$. (C) $S = \{1\}$. (D) $S = \{2\}$.

☞ **Câu 11.** Phương trình $\sqrt{4x^2 + 12x + 9} = 0$ có tập nghiệm là

- (A) $\{\emptyset\}$. (B) $(-\infty; +\infty)$. (C) $\left\{-\frac{3}{2}\right\}$. (D) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$.

☞ **Câu 12.** Phương trình $(x^2 - 1)(x + 2) = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 0. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

☞ **Câu 13.** Nghiệm của phương trình $\frac{1}{x} = 2$ là

- (A) $x = -\frac{1}{2}$. (B) $x = \frac{1}{2}$. (C) $x = 2$. (D) $x = -2$.

☞ **Câu 14.** Nghiệm của phương trình $\frac{7x-3}{x-1} = \frac{2}{3}$ là

- (A) $x = \frac{7}{15}$. (B) $x = -\frac{7}{15}$. (C) $x = \frac{7}{19}$. (D) $x = -\frac{7}{19}$.

☞ **Câu 15.** Biết phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó:

- (A) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{2a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{2a} \end{cases}$. (B) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{a}{b} \\ x_1x_2 = \frac{a}{c} \end{cases}$. (C) $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$. (D) $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{a} \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$.

☞ **Câu 16.** Cho phương trình $|6 + 2x| = 3$. Tổng các nghiệm của phương trình là

- (A) 6. (B) -6. (C) $-\frac{9}{2}$. (D) $-\frac{3}{2}$.

☞ **Câu 17.** Số nào sau đây **không** phải là nghiệm của phương trình $(x-1)(x-2)(x-3) = 0$?

- (A) -3. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

➤ **Câu 18.** Tổng các nghiệm của phương trình $|x+2| = 2|x-2|$ bằng

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $\frac{2}{3}$. (C) $\frac{20}{3}$. (D) 6.

➤ **Câu 19.** Phương trình $\sqrt{-x^2+10x-25} = 0$

- (A) có nghiệm duy nhất. (B) có 2 nghiệm. (C) vô nghiệm. (D) vô số nghiệm.

➤ **Câu 20 (0D3B2-4).** Phương trình $(x^2+x-6)\sqrt{2x^2-x-10} = 0$ có số nghiệm âm là

- (A) 1. (B) 4. (C) 3. (D) 2.

➤ **Câu 21.** Phương trình $x - \frac{3}{x-1} = 1 - \frac{3}{x-1}$ có số nghiệm là

- (A) 1. (B) 3. (C) 2. (D) 0.

➤ **Câu 22.** Với m là một số thực cho trước, giá trị nào sau đây **không** là nghiệm của phương trình $(m^2+4)(x^3-x) = 0$?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) -1.

➤ **Câu 23.** Số nghiệm phân biệt của phương trình $(x-1)^2(x^2-2) = 0$ là

- (A) 4. (B) 2. (C) 3. (D) 1.

➤ **Câu 24.** Phương trình $12 - \sqrt{3-2x} = |2x-3|$ có nghiệm $x = a$. Khi đó $a^2 - a$ bằng

- (A) 12. (B) $\frac{3}{4}$. (C) 6. (D) $-\frac{2}{9}$.

➤ **Câu 25.** Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\frac{1}{x^2+x+2} - \frac{1}{x^2+x-2} = 1$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) -1. (D) $-\frac{5}{2}$.

➤ **Câu 26.** Phương trình $\sqrt{x^2-7x+10} = 3x-1$ có số nghiệm là

- (A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) Vô số.

➤ **Câu 27.** Phương trình $(x^2+2x-3)\sqrt{x+2} = 0$ có tích các nghiệm bằng

- (A) 2. (B) -6. (C) 6. (D) -2.

➤ **Câu 28.** Phương trình $x^2+2(m-1)x+m+1=0$ có hai nghiệm trái dấu khi

- (A) $m \geq -1$. (B) $m > -1$. (C) $m < -1$. (D) $m \leq -1$.

➤ **Câu 29 (0D3B2-4).** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+10x-5} = 2(x-1)$ là

- (A) 1. (B) 4. (C) 2. (D) 3.

➤ **Câu 30.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$.

- (A) $S = \left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$. (B) $S = \{1\}$. (C) $S = \{-1; 1\}$. (D) $S = \left\{\pm 1; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$.

➤ **Câu 31.** Số nghiệm của phương trình $x^3(x-3) = 6x-18$ là

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 0.

➤ **Câu 32.** Tìm tập nghiệm S của phương trình $3x^4 - 2x^2 - 1 = 0$.

- (A) $S = \{1\}$. (B) $S = \left\{1; -\frac{1}{3}\right\}$. (C) $S = \{-1; 1\}$. (D) $S = \left\{\pm 1; \pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$.

➤ **Câu 33.** Phương trình $|2x-3| + |x-1| = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 2. (B) Vô số nghiệm. (C) 1. (D) 0.

➤ **Câu 34.** Để phương trình $mx^2 + 2(m-3)x + m^2 - 4 = 0$ có hai nghiệm trái dấu thì m thỏa mãn

- (A) $\begin{cases} m < -2 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} m < -1 \\ 0 < m < 1 \end{cases}$. (C) $-2 < m < 0$. (D) $\begin{cases} m < -2 \\ 0 < m < 2 \end{cases}$.

➤ **Câu 35.** Phương trình $x(x-2) = 0$ tương đương với phương trình nào sau đây?

- (A) $x^2(x-2)^3 = 0$. (B) $x(x-1)(x-2) = 0$. (C) $x(x+2) = 0$. (D) $x(x^2-4) = 0$.

➤ **Câu 36.** Trong các phương trình sau, phương trình vô nghiệm là

- (A) $x^2 + 3x - 5 = 0$. (B) $-x^2 + 2x + 1 = 0$. (C) $x^2 + 5x - 6 = 0$. (D) $x^2 - 3x + 11 = 0$.

- ☞ **Câu 37.** Phương trình $(m^2 - 4)x^2 + 5x + m = 0$ có hai nghiệm trái dấu, giá trị m là
 (A) $m \in (-\infty; -2) \cup (0; 2)$. (B) $m \in (-2; 2)$. (C) $m \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$. (D) $m \in (-\infty; -2] \cup [0; 2]$.
- ☞ **Câu 38.** Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + 3x - 2} = \sqrt{1 + x}$ là
 (A) -3 . (B) 3 . (C) 1 . (D) -2 .
- ☞ **Câu 39.** Cho phương trình $(m - 1)x^2 + 2(m + 1)x + m - 3 = 0$. Với giá trị nào của m thì phương trình có nghiệm duy nhất?
 (A) $m = 1$ và $m = \frac{1}{3}$. (B) $m = \frac{1}{3}$.
 (C) $m = 1$. (D) Cả ba câu trên đều sai.
- ☞ **Câu 40.** Phương trình $|3 - x| = |2x - 5|$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$.
 (A) $\frac{-14}{3}$. (B) $\frac{7}{3}$. (C) $\frac{-28}{3}$. (D) $\frac{14}{3}$.
- ☞ **Câu 41.** Tổng hai nghiệm của phương trình $2x^2 - (k - 1)x - 3 + k = 0$ (*) là
 (A) $\frac{k - 3}{2}$. (B) $\frac{k - 1}{2}$. (C) $-\frac{k - 1}{2}$. (D) $-\frac{k - 3}{2}$.
- ☞ **Câu 42.** Trong các phương trình sau, phương trình nào tương đương với phương trình $x(x - 1) = 0$?
 (A) $x(x + 1) = 0$. (B) $3x^2 + 1 = 0$. (C) $3x + 1 = 0$. (D) $x^3 - x^2 = 0$.
- ☞ **Câu 43.** Phương trình $\frac{2x^2 - 10x}{x^2 - 5x} = x - 3$ có bao nhiêu nghiệm?
 (A) 1 . (B) 3 . (C) 0 . (D) 2 .
- ☞ **Câu 44.** Giải phương trình $\frac{5 - x}{4x^2 - 8x} + \frac{7}{8x} = \frac{x - 1}{2x(x - 2)} + \frac{1}{8x - 16}$ có nghiệm là
 (A) $x = 1$. (B) $x = 2, x = 0$. (C) $\forall x \in \mathbb{R}$. (D) $\mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$.
- ☞ **Câu 45.** Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $(2m + 1)x - 2m = 3x - 2$ có nghiệm?
 (A) $m \in \emptyset$. (B) $m \in \mathbb{R}$. (C) $m \neq 1$. (D) $m = 1$.
- ☞ **Câu 46.** Tổng các nghiệm của phương trình $|2x - 5| + |2x^2 - 7x + 5| = 0$ bằng
 (A) $\frac{5}{2}$. (B) 6 . (C) $\frac{3}{2}$. (D) $\frac{7}{2}$.
- ☞ **Câu 47.** Giải phương trình $\frac{5x - 1}{3x + 2} = \frac{5x - 7}{3x - 1}$ ta được nghiệm là
 (A) $x = -5$. (B) $x = 3$. (C) $x = -3$. (D) $x = 5$.
- ☞ **Câu 48.** Cho phương trình $mx^2 + (m^2 - 3)x + m = 0$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = \frac{13}{4}$. Khi đó tổng bình phương các giá trị tìm được của tham số m bằng
 (A) 16 . (B) $\frac{265}{16}$. (C) $\frac{9}{16}$. (D) $\frac{73}{16}$.
- ☞ **Câu 49.** Cho phương trình $\frac{(x - 2)((m^2 - 1)x + 1)}{x - 1} = 0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình có đúng một nghiệm?
 (A) 4 . (B) 5 . (C) 3 . (D) 2 .
- ☞ **Câu 50.** Tích các nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2 + x + 1} = x^2 + x - 1$ là
 (A) 3 . (B) -1 . (C) -3 . (D) 0 .
- ☞ **Câu 51.** Giả sử phương trình $x^2 - (2m + 1)x + m^2 + 2 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm là $x_1; x_2$. Tính giá trị biểu thức $P = 3x_1x_2 - 5(x_1 + x_2)$ theo m .
 (A) $P = 3m^2 + 10m - 5$. (B) $P = 3m^2 - 10m + 6$. (C) $P = 3m^2 - 10m + 1$. (D) $P = 3m^2 + 10m + 1$.
- ☞ **Câu 52.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x^2 - 2x| + 3x - x^2 = m$ có nghiệm.
 (A) $m \in [0; 2]$. (B) $m \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$. (C) $m \in [0; +\infty)$. (D) $m \in \mathbb{R}$.
- ☞ **Câu 53.** Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x - 4}(x^2 - 3x + 2) = 0$ là
 (A) 1 . (B) 3 . (C) 2 . (D) 0 .

⇒ **Câu 54.** Tìm m để phương trình: $x^4 - (m + 2)x^2 + m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt

- (A) $m \in \mathbb{R}$. (B) $m < 0$. (C) $m > 0$. (D) $m > -2$.

⇒ **Câu 55.** Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2|x - m| + x^2 + 2 > 2mx$ thỏa mãn với mọi x .

- (A) $m < \sqrt{2}$. (B) $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. (C) Không tồn tại m . (D) $m > -\sqrt{2}$.

⇒ **Câu 56.** Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hai phương trình sau tương đương: $(x + 1)(x - m) = 0$ (1) và $(x - 3)(x - m + 5) = 0$, (2).

- (A) $m = 3$. (B) $m \in [3; 4]$. (C) $m = 4$. (D) Không tồn tại m .

⇒ **Câu 57.** Cho hai hàm số $y = (m + 1)^2x - 2$ và $y = (3m + 7)x + m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hai hàm số đã cho cắt nhau.

- (A) $m = -2; m = 3$. (B) $m \neq -2$. (C) $m \neq 3$. (D) $m = -2; m \neq 3$.

⇒ **Câu 58.** Biết phương trình $3x + 1 - \sqrt{3x^2 + 7x} - \sqrt{3x - 1} = 0$ có một nghiệm có dạng $x = \frac{a + \sqrt{b}}{c}$ trong đó a, b, c là các số nguyên tố. Tính $S = a + b + c$.

- (A) $S = 14$. (B) $S = 21$. (C) $S = 10$. (D) $S = 12$.

⇒ **Câu 59.** Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình sau có nghiệm thực.

$$x^2 + \frac{1}{x^2} - (m^2 + m + 2)\left(x + \frac{1}{x}\right) + m^3 + 2m + 2 = 0.$$

- (A) $m \in \mathbb{R}$. (B) $0 \leq m \leq 2$. (C) $m \leq -2$. (D) $m \geq 2$.

⇒ **Câu 60.** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hai đồ thị hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$ và $y = x^2 - m$ có điểm chung.

- (A) $m > -\frac{7}{2}$. (B) $m = -\frac{7}{2}$. (C) $m < -\frac{7}{2}$. (D) $m \geq -\frac{7}{2}$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. C	2. A	3. C	4. A	5. A	6. D	7. C	8. C	9. D	10. A
11. C	12. C	13. B	14. C	15. C	16. B	17. A	18. C	19. A	20. D
21. D	22. C	23. C	24. A	25. A	26. C	27. D	28. C	29. A	30. C
31. A	32. C	33. B	34. D	35. A	36. D	37. A	38. C	39. A	40. D
41. B	42. D	43. C	44. C	45. B	46. A	47. A	48. B	49. B	50. C
51. C	52. D	53. A	54. C	55. B	56. D	57. D	58. C	59. A	60. D

PHẦN



HÌNH HỌC

CHỦ ĐỀ 1. VECTO

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Định nghĩa

- Vectơ là một đoạn thẳng có hướng, nghĩa là trong hai điểm mút của đoạn thẳng, đã chỉ rõ điểm nào là điểm đầu, điểm nào là điểm cuối.
- Kí hiệu vectơ có M là điểm đầu và N là điểm cuối là \overrightarrow{MN} . Nhiều khi người ta dùng kí hiệu \vec{a} để chỉ một vectơ \overrightarrow{AB} nào đó.
- Vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau được gọi là vectơ - không, kí hiệu là $\vec{0}$.

2. Hai vectơ cùng phương, cùng hướng

- Giá của vectơ \overrightarrow{AB} : Cho \overrightarrow{AB} khác $\vec{0}$. Đường thẳng AB được gọi là giá của \overrightarrow{AB} .
- Hai vectơ cùng phương: Hai vectơ được gọi là cùng phương nếu chúng có giá song song hoặc trùng nhau.
- Nếu hai vectơ cùng phương thì hoặc chúng cùng hướng, hoặc chúng ngược hướng.

Chú ý: Vectơ - không \vec{AA} có giá là mọi đường thẳng qua A ; $\vec{0}$ cùng phương và cùng hướng với mọi vectơ.

3. Hai vectơ bằng nhau

- Độ dài của vectơ \overrightarrow{AB} : Độ dài của đoạn thẳng AB được gọi là độ dài của vectơ \overrightarrow{AB} , kí hiệu là $|\overrightarrow{AB}|$.
- Hai vectơ \vec{a} và \vec{b} gọi là bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài, ta viết $\vec{a} = \vec{b}$.

B DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Xác định vectơ

Ví dụ 1. Cho 5 điểm A, B, C, D, E . Có bao nhiêu vectơ khác vectơ - không có điểm đầu và điểm cuối là các điểm đó.

Phân tích hướng dẫn giải

Đây là dạng bài xác vectơ, sự cùng phương cùng hướng.
 Với hai điểm phân biệt A, B ta có hai vectơ khác vectơ $\vec{0}$ là $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Có 10 cặp điểm khác nhau $\{A, B\}, \{A, C\}, \{A, D\}, \{A, E\}, \{B, C\}, \{B, D\}, \{B, E\}, \{C, D\}, \{C, E\}, \{D, E\}$. Do đó có 20 vectơ khác $\vec{0}$

Ví dụ 2. Cho M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA của tam giác ABC . Hỏi véc-tơ $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP}$ bằng véc-tơ nào?

(A) $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NB}$.

(B) \overrightarrow{AP} .

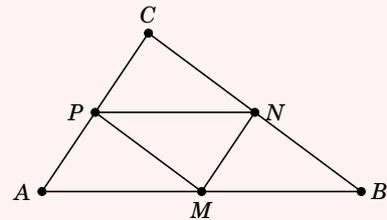
(C) \overrightarrow{BP} .

(D) \overrightarrow{MN} .

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Vì $PMBN$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{MP} = \overrightarrow{BN}, \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BM}$.
Do đó $\overrightarrow{MP} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{BP}$.



Dạng 2. Sự cùng phương và hướng của hai véc-tơ

Ví dụ 3. Cho tam giác ABC , gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{AB} cùng phương.

(B) \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{AC} cùng phương.

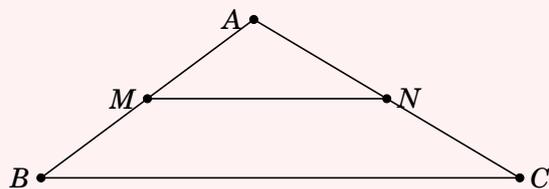
(C) \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{BC} cùng phương.

(D) \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{BN} cùng phương.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Do M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AB và AC nên $MN \parallel BC$ suy ra \overrightarrow{MN} và \overrightarrow{BC} cùng phương.



Ví dụ 4. Cho điểm A và vectơ \vec{a} khác $\vec{0}$. Tìm điểm M sao cho \overrightarrow{AM} cùng phương \vec{a}

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Gọi Δ là giá của \vec{a} . Nếu \overrightarrow{AM} cùng phương \vec{a} thì đường thẳng $AM \parallel \Delta$.
Do đó M thuộc đường thẳng d đi qua A và $\parallel \Delta$.
Ngược lại, mọi điểm M thuộc d thì \overrightarrow{AM} cùng phương \vec{a}

📁 Dạng 3. Hai vectơ bằng nhau - Độ dài vectơ

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC có D, E, F lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chứng minh: $\vec{EF} = \vec{CD}$

Phân tích hướng dẫn giải

Chứng minh hai vectơ bằng nhau: Ta có thể dùng một trong các cách sau:

+ Sử dụng định nghĩa: $\begin{cases} |\vec{a}| = |\vec{b}| \\ \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng hướng} \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = \vec{b}$

+ Sử dụng tính chất của các hình. Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\vec{AB} = \vec{DC}$, $\vec{BC} = \vec{AD} \dots$ (hoặc viết ngược lại).

+ Nếu $\vec{a} = \vec{b}$, $\vec{b} = \vec{c} \Rightarrow \vec{a} = \vec{c}$

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Cách 1: EF là đường trung bình của ΔABC nên $EF \parallel CD$,

Cách 2: Chứng minh $EFDC$ là hình bình hành.

Ví dụ 6. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Véc-tơ nào trong các véc-tơ dưới đây bằng \vec{CA} ?

A $\vec{BA} + \vec{DA}$.

B $\vec{DC} - \vec{CB}$.

C $\vec{BC} + \vec{AB}$.

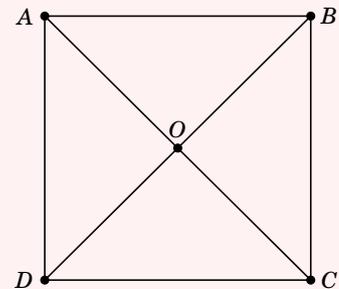
D $-\vec{OA} + \vec{OC}$.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Ta có

- $\vec{BA} + \vec{DA} = \vec{CD} + \vec{DA} = \vec{CA}$.
- $\vec{DC} - \vec{CB} = \vec{DC} - \vec{DA} = \vec{AC}$.
- $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{AC}$.
- $\vec{AO} + \vec{OC} = \vec{AC}$.



Ví dụ 7. Cho hình lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O . Số các véc-tơ bằng \vec{OC} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là:

(A) 2.

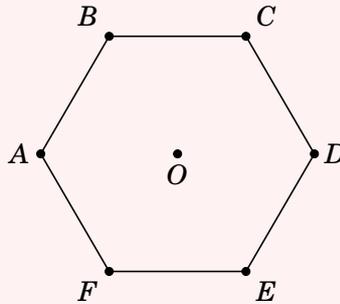
(B) 6.

(C) 3.

(D) 4.

Phân tích hướng dẫn giải

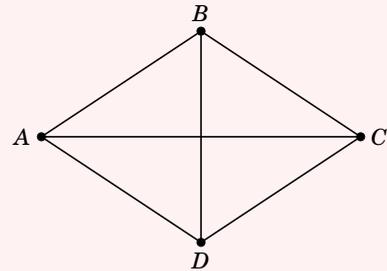
❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖



Các véc-tơ bằng \vec{OC} có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của lục giác là \vec{AB} , \vec{ED} .

Ví dụ 8. Cho hình thoi $ABCD$ cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$ (như hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây đúng?

(A) $\vec{AB} = \vec{AD}$. (B) $|\vec{BD}| = a$. (C) $\vec{BD} = \vec{AC}$. (D) $\vec{BC} = \vec{DA}$.



Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Các hệ thức $\vec{AB} = \vec{AD}$, $\vec{BD} = \vec{AC}$, $\vec{BC} = \vec{DA}$ đều sai, vì các cặp véc-tơ tương ứng không cùng hướng.

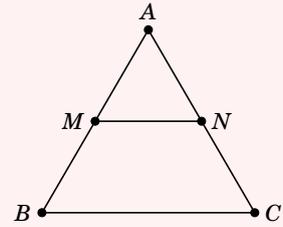
Hệ thức $|\vec{BD}| = a$ đúng. Do $AB = AD$ và $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên tam giác ABD là tam giác đều.

Vì thế $|\vec{BD}| = BD = AD = a$.

Ví dụ 9.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC của tam giác đều ABC (như hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây đúng?

- (A) $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{BC}$.
- (B) $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.
- (C) $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{MB}$.
- (D) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC}$.



Phân tích hướng dẫn giải

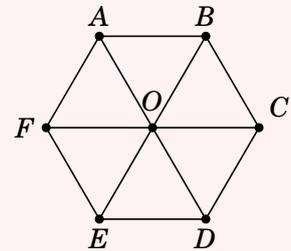
❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Do MN là đường trung bình của tam giác ABC nên $BC = 2MN$ hay $|\overrightarrow{BC}| = 2|\overrightarrow{MN}|$.

Ví dụ 10.

Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O (như hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây là sai?

- (A) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AF}|$.
- (B) $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$.
- (C) $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OE}$.
- (D) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$.



Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có tứ giác $ABCDEF$ là lục giác đều có độ dài hai cạnh kề bằng nhau. Ta có $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$ vì hai véc-tơ cùng hướng và cùng độ dài. Vì \overrightarrow{OB} và \overrightarrow{OE} là hai véc-tơ đối nhau nên hai véc-tơ này không bằng nhau.

Ví dụ 11. Cho hình vuông $ABCD$. Khẳng định nào sau đây đúng?

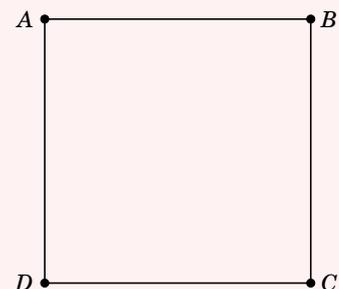
- (A) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.
- (B) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
- (C) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.
- (D) $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng hướng.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có

- Vì \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{BD} không cùng hướng.
- Vì \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{CD} không cùng hướng.
- Vì $|\overrightarrow{AB}| = AB; |\overrightarrow{BC}| = BC$ mà $AB = BC$ nên $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}|$.
- Vì \overrightarrow{AC} và \overrightarrow{AB} không cùng phương.



C BÀI TẬP TỰ LUẬN

☞ **Câu 1.** Cho tam giác ABC . Có thể xác định được bao nhiêu vectơ (khác vectơ-không) có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh tam giác? C

☞ **Câu 2.** Cho hai vectơ không cùng phương \vec{a} và \vec{b} . Có hay không một vectơ cùng phương với cả hai vectơ đó.

☞ **Câu 3.** Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ cùng phương và đều khác vectơ không. Chứng minh rằng có ít nhất là hai vectơ trong chúng có cùng hướng.

☞ **Câu 4.** Cho ba điểm A, B, C phân biệt và thẳng hàng. Trong trường hợp nào thì hai vectơ \vec{AB} và \vec{AC} cùng hướng, trường hợp nào hai vectơ ngược hướng.

☞ **Câu 5.** Cho tam giác ABC . Gọi P, Q, R lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Hãy vẽ hình và tìm trên hình vẽ các vectơ bằng $\vec{PQ}, \vec{QR}, \vec{RP}$.

☞ **Câu 6.** Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC .

- | | |
|--|--|
| a. Tìm các vectơ cùng phương với \vec{AB} | c. Tìm các vectơ ngược hướng với \vec{AB} |
| b. Tìm các vectơ cùng hướng với \vec{AB} . | d. Tìm các vectơ bằng với \vec{MO} , bằng với \vec{OB} . |

☞ **Câu 7.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ có tâm O :

- | | |
|---|--|
| a. Tìm các vectơ khác $\vec{0}$ và cùng phương \vec{OA} | c. Hãy vẽ các vectơ bằng vectơ \vec{AB} và có: Các điểm đầu là B, F, C . |
| b. Tìm các vectơ bằng vectơ \vec{AB} | |

☞ **Câu 8.** Cho hình bình hành $ABCD$ có tâm là O . Tìm các vectơ từ 5 điểm A, B, C, D, O :

- | | |
|--------------------------------------|--------------------------|
| a. bằng vectơ $\vec{AB}; \vec{OB}$. | b. Có độ dài bằng OB . |
|--------------------------------------|--------------------------|

☞ **Câu 9.** Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\vec{AB} = \vec{DC}$

☞ **Câu 10.** Cho tứ giác $ABCD$. Chứng minh rằng nếu $\vec{AB} = \vec{DC}$ thì $\vec{AD} = \vec{BC}$

☞ **Câu 11.** Cho tứ giác $ABCD$, gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm AB, BC, CD, DA . Chứng minh: $\vec{MN} = \vec{QP}; \vec{NP} = \vec{NQ}$.

☞ **Câu 12.** Xác định vị trí tương đối của 3 điểm phân biệt A, B và C trong các trường hợp sau:

- | | |
|---|--|
| a. \vec{AB} và \vec{AC} cùng hướng, $ \vec{AB} > \vec{AC} $. | c. \vec{AB} và \vec{AC} cùng phương. |
| b. \vec{AB} và \vec{AC} ngược hướng. | |

☞ **Câu 13.** Cho hình bình hành $ABCD$. Đặt $\vec{AM} = \vec{BA}; \vec{MN} = \vec{DA}; \vec{NP} = \vec{DC}; \vec{PQ} = \vec{BC}$. Chứng minh: $\vec{AQ} = \vec{0}$.

☞ **Câu 14.** Cho tam giác ABC với trực tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh rằng: $\vec{HA} = \vec{CD}$ và $\vec{AD} = \vec{HC}$.

☞ **Câu 15.** Cho tam giác nhọn ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AH . Chứng minh $\vec{OM} = \vec{AN}$.

☞ **Câu 16.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Gọi M là trung điểm của AB, N là điểm đối xứng với C qua D . Hãy tính độ dài của vec tơ sau: \vec{MD}, \vec{MN} .

☞ **Câu 17.** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi H là trực tâm tam giác ABC .

- | |
|---|
| a. Gọi D là điểm đối xứng của A qua O . Chứng minh $\vec{BD} = \vec{HC}$. |
| b. Gọi K là trung điểm của AH và I là trung điểm của BC . Chứng minh $\vec{OK} = \vec{IH}$ và $\vec{OI} = \vec{KH}$. |

☞ **Câu 10.** Khẳng định nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba thì cùng phương.
 (B) Vectơ–không là vectơ không có giá.
 (C) Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.
 (D) Điều kiện đủ để 2 vectơ bằng nhau là chúng có độ dài bằng nhau.

☞ **Câu 11.** Cho hai vectơ không cùng phương \vec{a} và \vec{b} . Khẳng định nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) Không có vectơ nào cùng phương với cả hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .
 (B) Có một vectơ cùng phương với cả hai vectơ \vec{a} và \vec{b} , đó là vectơ $\vec{0}$.
 (C) Có vô số vectơ cùng phương với cả hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .
 (D) Tất cả đáp án đều sai.

☞ **Câu 12.** Cho vectơ \vec{a} . Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) Có vô số vectơ \vec{u} mà $\vec{u} = \vec{a}$. (B) Có duy nhất một \vec{u} mà $\vec{u} = \vec{a}$.
 (C) Có duy nhất một \vec{u} mà $\vec{u} = -\vec{a}$. (D) Không có vectơ \vec{u} nào mà $\vec{u} = \vec{a}$.

☞ **Câu 13.** Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng phương.
 (B) Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.
 (C) Hai vectơ cùng phương với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.
 (D) Hai vectơ ngược hướng với một vectơ thứ ba thì cùng hướng.

☞ **Câu 14.** Chọn khẳng định ĐÚNG ?

- (A) Hai véc tơ cùng phương thì bằng nhau.
 (B) Hai véc tơ cùng hướng và cùng độ dài thì bằng nhau.
 (C) Hai véc tơ ngược hướng thì có độ dài không bằng nhau.
 (D) Hai véc tơ cùng phương và cùng độ dài thì bằng nhau.

☞ **Câu 15.** Cho hình bình hành $ABCD$. Trong các khẳng định sau hãy tìm khẳng định SAI ?

- (A) $|\vec{AD}| = |\vec{CB}|$. (B) $\vec{AD} = \vec{CB}$. (C) $\vec{AB} = \vec{DC}$. (D) $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$.

☞ **Câu 16.** Chọn khẳng định ĐÚNG ?

- (A) Véc tơ là một đoạn thẳng có hướng.
 (B) Véc tơ là một đường thẳng có hướng.
 (C) Véc tơ là một đoạn thẳng.
 (D) Véc tơ là một đoạn thẳng không phân biệt điểm đầu và điểm cuối.

☞ **Câu 17.** Cho vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau. Hãy chọn câu SAI ?

- (A) Là vectơ có độ dài không xác định. (B) Được gọi là vectơ suy biến.
 (C) Được gọi là vectơ có phương tùy ý. (D) Được gọi là vectơ không, kí hiệu là $\vec{0}$.

☞ **Câu 18.** Véc tơ có điểm đầu D điểm cuối E được kí hiệu như thế nào là ĐÚNG ?

- (A) DE . (B) ED . (C) \vec{DE} . (D) $|\vec{DE}|$.

☞ **Câu 19.** Cho hình vuông $ABCD$, khẳng định nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$. (B) $\vec{AC} = \vec{BD}$.
 (C) $\vec{AB} = \vec{CD}$. (D) \vec{AB} và \vec{AC} cùng hướng.

☞ **Câu 20.** Cho tam giác ABC có thể xác định được bao nhiêu vectơ (khác vectơ không) có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh A, B, C ?

- (A) 2. (B) 3. (C) 4. (D) 6.

☞ **BẢNG ĐÁP ÁN** ☞

1. B	2. D	3. A	4. A	5. B	6. C	7. A	8. B	9. C	10. C
11. B	12. A	13. B	14. B	15. B	16. A	17. A	18. C	19. A	20. D

BÀI TẬP SỐ 2

⇒ **Câu 1.** Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây SAI ?

- (A) $\vec{AB} = \vec{BC}$. (B) $\vec{AC} \neq \vec{BC}$.
 (C) $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$. (D) \vec{AC} không cùng phương \vec{BC} .

⇒ **Câu 2.** Chọn khẳng định ĐÚNG ?

- (A) Hai vec tơ cùng phương thì cùng hướng.
 (B) Hai vec tơ cùng hướng thì cùng phương.
 (C) Hai vec tơ cùng phương thì có giá song song nhau.
 (D) Hai vec tơ cùng hướng thì có giá song song nhau.

⇒ **Câu 3.** Cho 3 điểm A, B, C không thẳng hàng, M là điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) $\forall M, \vec{MA} = \vec{MB}$. (B) $\exists M, \vec{MA} = \vec{MB} = \vec{MC}$. (C) $\forall M, \vec{MA} \neq \vec{MB} \neq \vec{MC}$. (D) $\exists M, \vec{MA} = \vec{MB}$.

⇒ **Câu 4.** Cho hai điểm phân biệt A, B . Số vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối lấy từ các điểm A, B là:

- (A) 2. (B) 5. (C) 12. (D) 3.

⇒ **Câu 5.** Cho tam giác đều ABC , cạnh a . Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) $\vec{AC} = a$. (B) $|\vec{AB}| = a$.
 (C) $|\vec{AC}| = |\vec{BC}|$. (D) \vec{AB} cùng hướng với \vec{BC} .

⇒ **Câu 6.** Gọi C là trung điểm của đoạn AB . Hãy chọn khẳng định ĐÚNG trong các khẳng định sau:

- (A) $|\vec{AB}| = |\vec{CB}|$. (B) $\vec{CA} = \vec{CB}$.
 (C) \vec{AB} và \vec{CB} ngược hướng. (D) \vec{AB} và \vec{AC} cùng hướng.

⇒ **Câu 7.** Chọn khẳng định ĐÚNG ?

- (A) Hai vectơ \vec{a} và \vec{b} được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng phương và cùng độ dài.
 (B) Hai vectơ \vec{a} và \vec{b} được gọi là bằng nhau, kí hiệu $\vec{a} = \vec{b}$, nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.
 (C) Hai vectơ \vec{AB} và \vec{CD} được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
 (D) Hai vectơ \vec{AB} và \vec{CD} được gọi là bằng nhau khi và chỉ khi tứ giác $ABCD$ là hình vuông.

⇒ **Câu 8.** Cho tứ giác $ABCD$. Có thể xác định được bao nhiêu vectơ (khác $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối là các điểm A, B, C, D ?

- (A) 4. (B) 12. (C) 8. (D) 10.

⇒ **Câu 9.** Chọn khẳng định ĐÚNG nhất trong các khẳng định sau:

- (A) Vectơ là một đoạn thẳng có định hướng.
 (B) Vectơ không là vectơ có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau.
 (C) Tất cả các đáp án đều đúng.
 (D) Hai vectơ bằng nhau nếu chúng cùng hướng và cùng độ dài.

⇒ **Câu 10.** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Khi đó:

- (A) Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là $\vec{AB} = \vec{AC}$.
 (B) Điều kiện cần để A, B, C thẳng hàng là \vec{CA} cùng phương với \vec{AB} .
 (C) Điều kiện đủ để A, B, C thẳng hàng là \vec{CA} cùng phương với \vec{AB} .
 (D) Điều kiện cần và đủ để A, B, C thẳng hàng là \vec{AC} cùng phương với \vec{AB} .

⇒ **Câu 11.** Cho đoạn thẳng AB , I là trung điểm của AB . Khi đó:

- (A) $\vec{BI} = \vec{AI}$. (B) \vec{BI} cùng hướng \vec{AB} . (C) $|\vec{BI}| = |\vec{AI}|$. (D) $|\vec{BI}| = 2|\vec{AI}|$.

⇒ **Câu 12.** Cho tam giác đều ABC . Mệnh đề nào sau đây là SAI ?

- (A) $\vec{AB} = \vec{BC}$. (B) $\vec{AC} \neq \vec{BC}$.
 (C) $|\vec{AB}| = |\vec{BC}|$. (D) \vec{AC} không cùng phương \vec{BC} .

- **Câu 13.** Cho hình bình hành $ABCD$. Các vectơ là vectơ đối của vectơ \overrightarrow{AD} là
 Ⓐ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BC}$. Ⓑ $\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CB}$. Ⓒ $\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CB}$.
- **Câu 14.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Ba vectơ bằng vectơ \overrightarrow{BA} là:
 Ⓐ $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{CO}$. Ⓑ $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}, \overrightarrow{OC}$. Ⓒ $\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{OF}, \overrightarrow{DE}$. Ⓓ $\overrightarrow{OF}, \overrightarrow{ED}, \overrightarrow{OC}$.
- **Câu 15.** Cho tứ giác $ABCD$. Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì $ABCD$ là hình gì? Tìm đáp án SAI ?
 Ⓐ Hình bình hành. Ⓑ Hình vuông. Ⓒ Hình chữ nhật. Ⓓ Hình thang.
- **Câu 16.** Cho lục giác đều $ABCDEF$, tâm O . Khẳng định nào sau đây ĐÚNG nhất?
 Ⓐ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED}$. Ⓑ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$.
 Ⓒ Tất cả đáp án đều đúng. Ⓓ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FO}$.
- **Câu 17.** Cho \overrightarrow{AB} khác $\vec{0}$ và cho điểm C . Có bao nhiêu điểm D thỏa $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$.
 Ⓐ 2 điểm. Ⓑ 1 điểm. Ⓒ Vô số. Ⓓ không có điểm nào.
- **Câu 18.** Chọn câu SAI ?
 Ⓐ Mỗi vectơ đều có một độ dài, đó là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.
 Ⓑ $|\vec{0}| = 0, |\overrightarrow{PQ}| = \overrightarrow{PQ}$.
 Ⓒ Độ dài của vectơ \vec{a} được kí hiệu là $|\vec{a}|$.
 Ⓓ $|\overrightarrow{AB}| = AB = BA$.
- **Câu 19.** Cho các khẳng định sau:
- Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.
 - Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.
 - Nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ thì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
 - Nếu $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$ thì 4 điểm A, B, C, D theo thứ tự đó là 4 đỉnh của hình bình hành.
- Hỏi có bao nhiêu khẳng định SAI ?
 Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 4.
- **Câu 20.** Câu nào SAI trong các câu sau đây:
 Ⓐ Vectơ đối của $\vec{a} \neq \vec{0}$ là vectơ ngược hướng với vectơ \vec{a} và có cùng độ dài với vectơ \vec{a} .
 Ⓑ Vectơ đối của vectơ $\vec{0}$ là vectơ $\vec{0}$.
 Ⓒ Nếu \overrightarrow{MN} là một vectơ đã cho thì với điểm O bất kì ta luôn có thể viết: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{OM} - \overrightarrow{ON}$.
 Ⓓ Hiệu của hai vectơ là tổng của vectơ thứ nhất với vectơ đối của vectơ thứ hai.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. A	2. B	3. C	4. A	5. B	6. D	7. B	8. B	9. C	10. D
11. C	12. A	13. B	14. A	15. D	16. C	17. C	18. B	19. B	20. C

BÀI TẬP SỐ 3

⇒ **Câu 1.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(2;0);N(2;2);P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC,CA,AB của ΔABC . Tọa độ điểm B là:

- Ⓐ $B(1;1)$. Ⓑ $B(-1;1)$. Ⓒ $B(-1;-1)$. Ⓓ $B(1;-1)$.

⇒ **Câu 2.** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1; -1), N(5; -3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm P là

- Ⓐ $(2; 4)$. Ⓑ $(0; 4)$. Ⓒ $(0; 2)$. Ⓓ $(2; 0)$.

⇒ **Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3), B(0;4), C(5;-4)$. Tọa độ đỉnh D là

- Ⓐ $(3;\sqrt{2})$. Ⓑ $(3;7)$. Ⓒ $(3;-5)$. Ⓓ $(\sqrt{7};2)$.

⇒ **Câu 4.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;4), B(-4;2)$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng đi qua hai điểm A, B với trục hoành là

- Ⓐ $(0; 9)$. Ⓑ $(9; 0)$. Ⓒ $(-9; 0)$. Ⓓ $(0; -9)$.

⇒ **Câu 5.** Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;1), B(2;4)$. Tìm tọa độ điểm M để tứ giác $OBMA$ là một hình bình hành.

- Ⓐ $M(3;3)$. Ⓑ $M(-3;-3)$. Ⓒ $M(3;-3)$. Ⓓ $M(-3;3)$.

⇒ **Câu 6.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2;1);B(0;-3);C(3;1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

- Ⓐ $D(5;-2)$. Ⓑ $D(5;-4)$. Ⓒ $D(5;5)$. Ⓓ $D(-1;-4)$.

⇒ **Câu 7.** Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(2;1), B(-1;2), C(3;0)$. Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành khi tọa độ E là cặp số nào sau đây?

- Ⓐ $(0; 1)$. Ⓑ $(6; -1)$. Ⓒ $(1; 6)$. Ⓓ $(6; 1)$.

⇒ **Câu 8.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;5), B(1;1), C(3;3)$, một điểm E thỏa mãn $\vec{AE} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$. Tọa độ của E là

- Ⓐ $(-3; 3)$. Ⓑ $(3; -3)$. Ⓒ $(-3; -3)$. Ⓓ $(-2; -3)$.

⇒ **Câu 9.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-3;1), B(1;4), C(5;3)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- Ⓐ $D(-1;0)$. Ⓑ $D(1;0)$. Ⓒ $D(0;-1)$. Ⓓ $D(0;1)$.

⇒ **Câu 10.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$, biết $M(1; -1)$ là trung điểm của cạnh BC . Tọa độ đỉnh A là:

- Ⓐ $(2; 0)$. Ⓑ $(-2; 0)$. Ⓒ $(0; -2)$. Ⓓ $(0; 2)$.

⇒ **Câu 11.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;3), B(-2;1)$. Điểm C thuộc tia Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C có tọa độ là:

- Ⓐ $C(3;0)$. Ⓑ $C(-3;0)$. Ⓒ $C(-1;0)$. Ⓓ $C(2;0)$.

⇒ **Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có: $A(-3;3), B(1;4), C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\vec{MA} - \vec{BC} = 4\vec{CM}$ là:

- Ⓐ $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. Ⓑ $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$. Ⓒ $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. Ⓓ $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

⇒ **Câu 13.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;1), B(1;-3)$. Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành $OABC$.

- Ⓐ $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Ⓑ $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Ⓒ $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ $I(2;6)$.

⇒ **Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3;-5), B(-3;3), C(-1;-2), D(5;-10)$. Hỏi $G\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ là trọng tâm của tam giác nào dưới đây?

- Ⓐ $M(1;0)$. Ⓑ $M(4;0)$. Ⓒ $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$. Ⓓ $M\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$.

- 👉 **Câu 15.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1;3), B(4;0)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$
 Ⓐ $M(1;18)$. Ⓑ $M(-1;18)$. Ⓒ $M(-18;1)$. Ⓓ $M(1;-18)$.
- 👉 **Câu 16.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2;5); B(1;1); C(3;3)$. Tìm điểm E thuộc mặt phẳng tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$?
 Ⓐ $E(3;-3)$. Ⓑ $E(-3;3)$. Ⓒ $E(-3;-3)$. Ⓓ $E(-2;-3)$.
- 👉 **Câu 17.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;1); B(6;-1)$. Tìm điểm M trên Ox sao cho A, B, M thẳng hàng?
 Ⓐ $M(2;0)$. Ⓑ $M(4;0)$. Ⓒ $M(8;0)$. Ⓓ $M(-4;0)$.
- 👉 **Câu 18.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$. Tìm điểm M có tung độ dương trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.
 Ⓐ $M(2;2)$. Ⓑ $M(-3;2)$. Ⓒ $M(3;2)$. Ⓓ $M(3;3)$.
- 👉 **Câu 19.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(-1;-1), B(0;1), C(3;0)$. Xác định tọa độ giao điểm I của AD và BG với D thuộc BC và $2BD = 5DC$, G là trọng tâm ΔABC
 Ⓐ $I\left(\frac{5}{9}; 1\right)$. Ⓑ $I\left(\frac{1}{9}; 1\right)$. Ⓒ $I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$. Ⓓ $I\left(\frac{35}{9}; 2\right)$.
- 👉 **Câu 20.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-1; 2), B(2; 0), C(-3; 1)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC là
 Ⓐ $I\left(\frac{11}{14}; \frac{13}{14}\right)$. Ⓑ $I\left(-\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$. Ⓒ $I\left(\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$. Ⓓ $I\left(-\frac{11}{14}; \frac{13}{14}\right)$.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. B	2. C	3. A	4. C	5. A	6. C	7. B	8. C	9. D	10. D
11. C	12. C	13. C	14. C	15. D	16. C	17. B	18. B	19. C	

CHỦ ĐỀ 2. TỔNG HIỆU CÁC VECTO

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Tổng của hai vectơ

- Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Từ một điểm A bất kì dựng các vectơ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}; \overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó vectơ \overrightarrow{AC} được gọi là tổng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .
- Kí hiệu $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.

2. Tính chất

- $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.
- $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.
- $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

3. Các quy tắc

- Quy tắc 3 điểm: Với ba điểm A, B, C tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
- Quy tắc hình bình hành: $OABC$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB}$.
- M là trung điểm đoạn $AB \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.
- Tính chất trọng tâm tam giác: G là trọng tâm của tam giác $ABC \Rightarrow \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

4. Hiệu của hai vectơ

- Định nghĩa: Hiệu của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} , kí hiệu $\vec{a} - \vec{b}$ là tổng của vectơ \vec{a} với vectơ đối của vectơ \vec{b} .
- Quy tắc về hiệu vectơ: Với ba điểm M, N, O tùy ý thì ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}$.

B DẠNG BÀI TẬP

📁 Dạng 1. Tổng, hiệu vectơ

Ví dụ 1. Cho hình bình hành $ABCD$. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD .

- Tìm tổng $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC}; \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD}; \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC}$.
- Chứng minh: $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

- Vì $\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AN}$ nên ta có $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{NC} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AC}$
 Vì $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$ nên ta có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BM}$
 Vì $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AM}$ nên ta có $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AE}$, E là đỉnh của hình bình hành $AMED$.
- Vì tứ giác $AMCN$ là hình bình hành nên ta có $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$.
 Vì tứ giác $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm của AB, AC, BC .

- a. Tìm $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC}$; $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN}$; $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP}$.
 b. Phân tích \overrightarrow{AM} theo hai vectơ $\overrightarrow{MN}; \overrightarrow{MP}$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

- a. $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{NM}$.
 $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{PN}$ (vì $\overrightarrow{NC} = \overrightarrow{MP}$).
 $\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{PN} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$.
 $\overrightarrow{BP} - \overrightarrow{CP} = \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{BC}$.
- b. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MN}$

📁 **Dạng 2. Chứng minh đẳng thức vec to**

Ví dụ 3. Cho bốn điểm A, B, C, D bất kì. Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$ (theo 3 cách)

Phân tích hướng dẫn giải

Phương pháp:

- Biến đổi vế này thành vế kia.
- Biến đổi đẳng thức cần chứng minh tương đương với một đẳng thức đã biết là đúng.
- Biến đổi một đẳng thức biết trước tới đẳng thức cần chứng minh.

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Cách 1: (sử dụng quy tắc tổng) biến đổi vế trái

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$$

Cách 2: (sử dụng hiệu) $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DB}$

Cách 3: Biến đổi vế trái thành vế phải

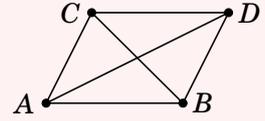
Ví dụ 4. Cho tam giác ABC . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- (A) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$. (B) $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$. (C) $\vec{CA} + \vec{BA} = \vec{CB}$. (D) $\vec{AA} + \vec{BB} = \vec{AB}$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

- a) Ta có $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD} \neq \vec{BC}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Do đó $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$ là khẳng định sai.
- b) Ta có $\vec{MP} + \vec{NM} = \vec{NM} + \vec{MP} = \vec{NP}$. Do đó $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$ là khẳng định đúng.
- c) Ta có $\vec{CA} + \vec{BA} = -(\vec{AC} + \vec{AB}) = -\vec{AD} \neq \vec{CB}$ (với D là điểm thỏa mãn $ABDC$ là hình bình hành). Do đó $\vec{CA} + \vec{BA} = \vec{CB}$ là khẳng định sai.
- d) Ta có $\vec{AA} + \vec{BB} = \vec{0} + \vec{0} = \vec{0} \neq \vec{AB}$. Do đó $\vec{AA} + \vec{BB} = \vec{AB}$ là khẳng định sai.



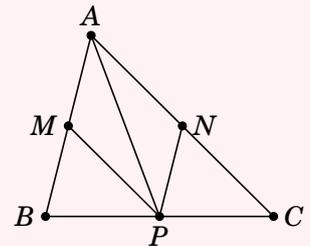
Ví dụ 5. Cho tam giác ABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC . Khi đó $\vec{MP} + \vec{NP}$ bằng

- (A) \vec{AM} . (B) \vec{PB} . (C) \vec{AP} . (D) \vec{MN} .

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có $\vec{MP} + \vec{NP} = \vec{AN} + \vec{NP} = \vec{AP}$.



Ví dụ 6. Cho tam giác ABC , trung tuyến AM . Trên cạnh AC lấy hai điểm E và F sao cho $AE = EF = FC$, BE cắt AM tại N . Chọn mệnh đề đúng.

(A) $\vec{NA} + \vec{NC} + \vec{NC} = \vec{0}$.

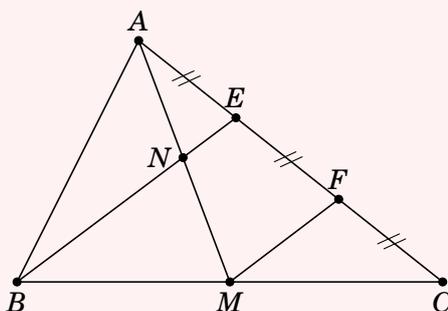
(B) $\vec{NB} + \vec{NE} = \vec{0}$.

(C) $\vec{NA} + \vec{NM} = \vec{0}$.

(D) $\vec{NE} + \vec{NF} = \vec{EF}$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖



Tam giác EBC có $MB = MC$, $FC = FE$ nên MF là đường trung bình của tam giác EBC .

Suy ra $MF \parallel BE$ hay $NE \parallel MF$.

Tam giác AMF có $AE = EF$ và $NE \parallel MF$ nên N là trung điểm của AM . Do đó $\vec{NA} + \vec{NM} = \vec{0}$.

Ví dụ 7. Điều kiện nào là điều kiện cần và đủ để I là trung điểm của đoạn thẳng AB ?

(A) $IA = IB$.

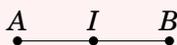
(B) $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$.

(C) $\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$.

(D) $\vec{IA} = \vec{IB}$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖



Ta có I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Leftrightarrow \vec{IA} = -\vec{IB} \Leftrightarrow \vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$.

Dạng 3. Tính độ dài vec tơ

Ví dụ 8. Cho hình thoi $ABCD$ có $\widehat{BAD} = 60^\circ$ và cạnh là a . O là giao điểm của hai đường chéo. Tính $|\vec{AB} + \vec{AD}|$; $|\vec{BA} - \vec{BC}|$; $|\vec{OB} - \vec{DC}|$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{BAD} = 60^\circ$ nên $AC = a\sqrt{3}$ và $BD = a$. Khi đó ta có:

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC} \Rightarrow |\vec{AB} + \vec{AD}| = AC = a\sqrt{3}.$$

$$\vec{BA} - \vec{BC} = \vec{CA} \Rightarrow |\vec{BA} - \vec{BC}| = CA = a\sqrt{3}.$$

$$\vec{OB} - \vec{DC} = \vec{DO} - \vec{DC} = \vec{CO} \Rightarrow |\vec{OB} - \vec{DC}| = CO = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Ví dụ 9. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a có O là giao điểm của hai đường chéo.
 Tính $|\vec{OA} - \vec{CB}|$; $|\vec{AB} + \vec{DC}|$; $|\vec{CD} - \vec{DA}|$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Ta có $AC = BD = a\sqrt{2}$; $\vec{OA} - \vec{CB} = \vec{CO} - \vec{CB} = \vec{BO}$.

Do đó $|\vec{OA} - \vec{CB}| = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2} |\vec{AB} + \vec{DC}| = |\vec{AB}| + |\vec{DC}| = 2a$ (vì $\vec{AB} \uparrow \vec{DC}$).

Ta có $\vec{CD} - \vec{DA} = \vec{CD} - \vec{CB} = \vec{BD} \Rightarrow |\vec{CD} - \vec{DA}| = BD = a\sqrt{2}$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

⇒ **Câu 1.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O, M là điểm bất kỳ. Chứng minh rằng:

- a. $\vec{MC} + \vec{MA} = \vec{MB} + \vec{MD}$.
- b. $\vec{MC} - \vec{MD} = \vec{AB}$.
- c. $\vec{BD} - \vec{BA} = \vec{OC} - \vec{OB}$.
- d. $\vec{BC} - \vec{BD} + \vec{BA} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 2.** Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có trọng tâm tương ứng là G và G' .
 Chứng minh rằng: $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} = 3\vec{GG'}$

⇒ **Câu 3.** Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $A'B'C'D'$ có giao điểm hai đường chéo tương ứng là O và O' .
 Chứng minh rằng: $\vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'} + \vec{DD'} = 4\vec{OO'}$

⇒ **Câu 4.** Cho 4 điểm A, B, C, D tùy ý. Chứng minh rằng:

- a. $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AD} + \vec{CB}$.
- b. $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AD} + \vec{BC}$.
- c. $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{AC} - \vec{BD}$.

⇒ **Câu 5.** Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F tùy ý. Chứng minh rằng: $\vec{AE} - \vec{FB} + \vec{CD} = \vec{AD} - \vec{EB} + \vec{CF}$.

⇒ **Câu 6.** Cho 5 điểm A, B, C, D, E tùy ý. Chứng minh rằng:

- a. $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EA} = \vec{CB} + \vec{ED}$.
- b. $\vec{CD} + \vec{EA} = \vec{CA} + \vec{ED}$.

⇒ **Câu 7.** Cho ΔABC . Gọi E là trung điểm đoạn BC . Các điểm M, N theo thứ tự đó nằm trên cạnh BC sao cho E là trung điểm đoạn MN . Chứng minh rằng: $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AM} + \vec{AN}$.

⇒ **Câu 8.** Cho ΔABC . Xác định

- a. $\vec{u} = \vec{AB} - \vec{AC}$.
- b. $\vec{t} = \vec{AB} + \vec{CA}$.
- c. $\vec{z} = \vec{BA} - \vec{BC} - \vec{CA}$.
- d. $\vec{v} = \vec{AB} + \vec{CA} + \vec{BC}$.
- e. M và N sao cho: $\vec{BM} = \vec{BA} - \vec{BC}$; $\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{AC} - \vec{BC}$

⇒ **Câu 9.** Cho ΔABC đều cạnh a , đường cao AH . Tính độ dài các vectơ

- a. $\vec{AB} - \vec{AC}$.
- b. $\vec{AB} + \vec{BH}$.
- c. $\vec{AB} + \vec{AC}$.
- d. $\vec{CA} - \vec{CB}$.

⇒ **Câu 10.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O , cạnh a . Tính độ dài các vectơ

- a. $\vec{AC} - \vec{AB}$.
- b. $\vec{AB} + \vec{AD}$.
- c. $\vec{AB} + \vec{BC}$.
- d. $\vec{BA} + \vec{BC}$.
- e. $\vec{OA} + \vec{OC}$.
- f. $\vec{OB} + \vec{BC}$.
- g. $\vec{AB} + \vec{AC}$.
- h. $\vec{OA} + \vec{OD}$.

☞ **Câu 11.** Cho tứ giác $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD .

Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

☞ **Câu 12.** Cho hai tam giác ABC và $A'B'C'$ có trọng tâm lần lượt là G và G' .

Chứng minh rằng: Nếu $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \vec{0}$ thì: $G \equiv G'$

☞ **Câu 13.** Cho lục giác đều $ABCDEF$ tâm O . Chứng minh: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OE} + \overrightarrow{OF} = \vec{0}$

☞ **Câu 14.** Cho ngũ giác đều $ABCDE$ tâm O .

a. Chứng minh rằng vectơ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$; $\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OE}$ đều cùng phương \overrightarrow{OD}

b. Chứng minh \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{EC} cùng phương.

☞ **Câu 15.** Cho sáu điểm A, B, C, D, E, F . Chứng minh: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$

☞ **Câu 16.** Cho 5 điểm A, B, C, D, E . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DE} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB}$

☞ **Câu 17.** Cho ΔABC . Các điểm M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC, BC . Chứng minh rằng với điểm O bất kì ta có: $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}$

☞ **Câu 18.** Cho ΔABC với trục tâm H . D là điểm đối xứng với B qua tâm O của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{HA} = \overrightarrow{CD}$ và $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{HC}$.

☞ **Câu 19.** Cho ΔABC nhọn nội tiếp đường tròn tâm O . Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AH . Chứng minh $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AN}$.

a. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{MN}$.

b. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = 2\overrightarrow{IJ}$.

c. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{IJ}$.

☞ **Câu 20.** Cho ΔABC . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD . Chứng minh rằng:

a. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

c. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{CP} = \vec{0}$.

b. $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{MC}$.

d. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP}, \forall O$.

☞ **Câu 21.** Cho ΔABC . Gọi I, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AB, AC . G là trọng tâm. Lấy M là điểm bất kỳ. Chứng minh rằng:

a. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MI}$.

c. $\overrightarrow{GI} + \overrightarrow{GE} + \overrightarrow{GF} = \vec{0}$.

b. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

d. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF}$.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

☞ **Câu 1.** Cho hình bình hành $ABCD$, với giao điểm hai đường chéo là I . Khi đó:

Ⓐ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IA} = \overrightarrow{BI}$.

Ⓑ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

Ⓒ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$.

Ⓓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \vec{0}$.

☞ **Câu 2.** Điều kiện nào sau đây KHÔNG PHẢI là điều kiện cần và đủ để G là trọng tâm của tam giác ABC , với M là trung điểm của BC .

Ⓐ $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{GC}$.

Ⓑ $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.

Ⓒ $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Ⓓ $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

☞ **Câu 3.** Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .

Ⓐ $OA = OB$.

Ⓑ $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$.

Ⓒ $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \vec{0}$.

Ⓓ $\overrightarrow{AO} = \overrightarrow{BO}$.

☞ **Câu 4.** Cho 4 điểm A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

Ⓐ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}$.

Ⓑ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$.

Ⓒ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BC}$.

Ⓓ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$.

⇒ **Câu 5.** Chọn khẳng định ĐÚNG ?

- (A) Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.
 (B) Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.
 (C) Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{AG} + \vec{GC} = \vec{0}$.
 (D) Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = 0$.

⇒ **Câu 6.** Chọn khẳng định SAI ?

- (A) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{IA} + \vec{BI} = \vec{0}$. (B) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{AI} + \vec{IB} = \vec{AB}$.
 (C) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{AI} + \vec{BI} = \vec{0}$. (D) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 7.** Cho các điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) $\vec{AB} = \vec{BC} + \vec{CA}$. (B) $\vec{AB} = \vec{BC} + \vec{AC}$. (C) $\vec{AB} = \vec{CB} + \vec{AC}$. (D) $\vec{AB} = \vec{CA} + \vec{BC}$.

⇒ **Câu 8.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\vec{OA} + \vec{BO} =$

- (A) $\vec{OC} + \vec{OB}$. (B) \vec{AB} . (C) \vec{CD} . (D) $\vec{OC} + \vec{DO}$.

⇒ **Câu 9.** Cho tam giác ABC , trọng tâm là G . Phát biểu nào là ĐÚNG ?

- (A) $\vec{AB} + \vec{BC} = |\vec{AC}|$. (B) $|\vec{GA}| + |\vec{GB}| + |\vec{GC}| = 0$.
 (C) $|\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}| = 0$. (D) $|\vec{AB} + \vec{BC}| = \vec{AC}$.

⇒ **Câu 10.** Mệnh đề nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba thì cùng phương.
 (B) Vectơ-không là vectơ không có giá.
 (C) Hai vectơ cùng phương với 1 vectơ thứ ba khác $\vec{0}$ thì cùng phương.
 (D) Điều kiện đủ để 2 vectơ bằng nhau là chúng có độ dài bằng nhau.

⇒ **Câu 11.** Cho tam giác đều ABC cạnh a . Khi đó $|\vec{AB} + \vec{AC}| =$

- (A) $a\sqrt{3}$. (B) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (C) $2a$. (D) a .

⇒ **Câu 12.** Gọi B là trung điểm của đoạn thẳng AC . Đẳng thức nào sau đây là ĐÚNG ?

- (A) $\vec{BA} = \vec{BC}$. (B) $\vec{AB} + \vec{CB} = \vec{0}$.
 (C) Hai vectơ \vec{BA}, \vec{BC} cùng hướng. (D) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 13.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng a . Khi đó $|\vec{AB} + \vec{AD}|$ bằng:

- (A) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $a\sqrt{2}$. (C) $2a$. (D) a .

⇒ **Câu 14.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ biết $AB = 4a$ và $AD = 3a$ thì độ dài $\vec{AB} + \vec{AD} = ?$

- (A) $7a$. (B) $6a$. (C) $2a\sqrt{3}$. (D) $5a$.

⇒ **Câu 15.** Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Tổng hai vectơ $\vec{GB} + \vec{GC}$ có độ dài bằng bao nhiêu ?

- (A) 2. (B) 4. (C) 8. (D) $2\sqrt{3}$.

⇒ **Câu 16.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) $\vec{AO} + \vec{BO} + \vec{CO} + \vec{DO} = \vec{0}$. (B) $\vec{AO} + \vec{BO} + \vec{CO} + \vec{DO} = \vec{0}$.
 (C) $\vec{AO} + \vec{OB} + \vec{CO} + \vec{DO} = \vec{0}$. (D) $\vec{OA} + \vec{BO} + \vec{CO} + \vec{DO} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 17.** Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây SAI ?

- (A) $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EF} = \vec{AF} + \vec{ED} + \vec{BC}$. (B) $\vec{AE} + \vec{BF} + \vec{DC} = \vec{DF} + \vec{BE} + \vec{AC}$.
 (C) $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EF} = \vec{AF} + \vec{ED} + \vec{CB}$. (D) $\vec{AC} + \vec{BD} + \vec{EF} = \vec{AD} + \vec{BF} + \vec{EC}$.

⇒ **Câu 18.** Chỉ ra vectơ tổng $\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{RN} + \vec{NP} + \vec{QR}$ trong các vectơ sau:

- (A) \vec{MR} . (B) \vec{MQ} . (C) \vec{MP} . (D) \vec{MN} .

⇒ **Câu 19.** Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây SAI ?

- (A) $\vec{AB} = \vec{CD}$. (B) $\vec{CA} = \vec{CB} + \vec{CD}$. (C) $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0}$. (D) $\vec{BC} = \vec{AD}$.

📁 **Câu 20.** Cho hình thoi $ABCD$ tâm O , cạnh bằng a và góc A bằng 60° . Kết luận nào sau đây ĐÚNG?

Ⓐ $|\vec{OA}| = a.$

Ⓑ $|\vec{OA}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$

Ⓒ $|\vec{OA}| = |\vec{OB}|.$

Ⓓ $|\vec{OA}| = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

📁 **BẢNG ĐÁP ÁN** 📁

1. B	2. D	3. C	4. D	5. B	6. A	7. C	8. C	9. C	10. C
11. A	12. B	13. B	14. D	15. B	16. B	17. C	18. D	19. A	20. B

BÀI TẬP SỐ 2

⇒ **Câu 1.** Cho 4 điểm bất kì A, B, C, O . Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) $\vec{OA} = \vec{OB} - \vec{BA}$. (B) $\vec{AB} = \vec{OB} + \vec{OA}$. (C) $\vec{OA} = \vec{CA} - \vec{CO}$. (D) $\vec{AB} = \vec{AC} + \vec{BC}$.

⇒ **Câu 2.** Cho hai điểm phân biệt A, B . Điều kiện để điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB là:

- (A) $\vec{IA} = \vec{IB}$. (B) $\vec{AI} = \vec{BI}$. (C) $IA = IB$. (D) $\vec{IA} = -\vec{IB}$.

⇒ **Câu 3.** Cho ba điểm phân biệt A, B, C . Đẳng thức nào sau đây là ĐÚNG ?

- (A) $\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{CA}$. (B) $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$. (C) $\vec{CA} - \vec{BA} = \vec{BC}$. (D) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$.

⇒ **Câu 4.** Chọn khẳng định SAI ?

- (A) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{AI} - \vec{BI} = \vec{AB}$.
 (B) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{AI} - \vec{IB} = \vec{0}$.
 (C) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{IA} - \vec{IB} = \vec{0}$.
 (D) Nếu I là trung điểm đoạn AB thì $\vec{IA} - \vec{BI} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 5.** Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây SAI ?

- (A) $\vec{BD} = \vec{DC} + \vec{CB}$. (B) $\vec{BD} = \vec{CD} - \vec{CB}$. (C) $\vec{BD} = \vec{BC} + \vec{CA}$. (D) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{AD}$.

⇒ **Câu 6.** Cho 4 điểm bất kỳ A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây là ĐÚNG ?

- (A) $\vec{BC} - \vec{AC} + \vec{AB} = \vec{0}$. (B) $\vec{OA} = \vec{CA} + \vec{CO}$. (C) $\vec{BA} = \vec{OB} - \vec{OA}$. (D) $\vec{OA} = \vec{OB} - \vec{BA}$.

⇒ **Câu 7.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , tâm O . Khi đó: $|\vec{OA} - \vec{BO}| =$

- (A) $2a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) a . (D) $\frac{a}{2}$.

⇒ **Câu 8.** Cho tam giác ABC , khẳng định nào sau là ĐÚNG ?

- (A) $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$. (B) $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$. (C) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$. (D) $\vec{AB} - \vec{BC} = \vec{AC}$.

⇒ **Câu 9.** Cho ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đều khác vectơ $\vec{0}$. Trong đó hai vectơ \vec{a}, \vec{b} cùng hướng, hai vectơ \vec{a}, \vec{c} đối nhau. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) Hai vectơ \vec{b}, \vec{c} cùng hướng. (B) Hai vectơ \vec{b}, \vec{c} đối nhau.
 (C) Hai vectơ \vec{b}, \vec{c} ngược hướng. (D) Hai vectơ \vec{b}, \vec{c} bằng nhau.

⇒ **Câu 10.** Cho các điểm phân biệt A, B, C, D, E, F . Đẳng thức nào sau đây SAI ?

- (A) $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EF} = \vec{AF} + \vec{ED} + \vec{CB}$. (B) $\vec{AE} + \vec{BF} + \vec{DC} = \vec{DF} + \vec{BE} + \vec{AC}$.
 (C) $\vec{AC} + \vec{BD} + \vec{EF} = \vec{AD} + \vec{BF} + \vec{EC}$. (D) $\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{EF} = \vec{AF} + \vec{ED} + \vec{BC}$.

⇒ **Câu 11.** Gọi G là trọng tâm tam giác vuông ABC với cạnh huyền $BC = 12$. Vectơ $\vec{GB} - \vec{CG}$ có độ dài bằng bao nhiêu?

- (A) $2\sqrt{3}$. (B) 2 . (C) 4 . (D) 8 .

⇒ **Câu 12.** Cho tam giác đều ABC cạnh a , trọng tâm là G . Phát biểu nào là ĐÚNG ?

- (A) $|\vec{AB} + \vec{AC}| = \sqrt{3} |\vec{AB} - \vec{AC}|$. (B) $\vec{AB} = \vec{AC}$.
 (C) $\vec{GA} = \vec{GB} = \vec{GC}$. (D) $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 2a$.

⇒ **Câu 13.** Cho $\vec{a}, \vec{b} \neq \vec{0}$, \vec{a} và \vec{b} đối nhau. Mệnh đề dưới đây SAI là:

- (A) \vec{a}, \vec{b} ngược hướng. (B) \vec{a}, \vec{b} cùng hướng. (C) \vec{a}, \vec{b} cùng độ dài. (D) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 14.** Cho hình chữ nhật $ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD , phát biểu nào là ĐÚNG ?

- (A) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$. (B) $\vec{OA} = \vec{OB} = \vec{OC} = \vec{OD}$.
 (C) $\vec{AC} = \vec{BD}$. (D) $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BA}$.

⇒ **Câu 15.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh a , độ dài vectơ $\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BD}$ bằng:

- (A) $a\sqrt{2}$. (B) $3a$. (C) a . (D) $2a\sqrt{2}$.

⇒ **Câu 16.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$. Độ dài của vectơ $\vec{CB} - \vec{CD}$ là:

- (A) $a\sqrt{3}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. (C) $2a$. (D) $3a$.

➤ **Câu 17.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Khi đó $\vec{OA} - \vec{OB}$ bằng:

- Ⓐ $\vec{OC} + \vec{OB}$. Ⓑ \vec{AB} . Ⓒ $\vec{OC} - \vec{OD}$. Ⓓ \vec{CD} .

➤ **Câu 18.** Cho các điểm phân biệt A, B, C, D . Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

- Ⓐ $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{BC} - \vec{DA}$. Ⓑ $\vec{AC} - \vec{BD} = \vec{CB} - \vec{AD}$. Ⓒ $\vec{AC} - \vec{DB} = \vec{CB} - \vec{DA}$. Ⓓ $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{DC} - \vec{BC}$.

➤ **Câu 19.** Cho tam giác đều ABC cạnh a . Gọi G là trọng tâm. Khi đó giá trị $|\vec{AB} - \vec{GC}|$ là:

- Ⓐ $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. Ⓑ $\frac{a}{3}$. Ⓒ $\frac{2a}{3}$. Ⓓ $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

➤ **Câu 20.** Chỉ ra vectơ tổng $\vec{MN} - \vec{QP} + \vec{RN} - \vec{PN} + \vec{QR}$ trong các vectơ sau:

- Ⓐ \vec{MR} . Ⓑ \vec{MN} . Ⓒ \vec{MQ} . Ⓓ \vec{MP} .

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. C	2. D	3. B	4. C	5. A	6. A	7. C	8. C	9. C	10. D
11. C	12. A	13. B	14. A	15. C	16. C	17. D	18. D	19. A	20. B

CHỦ ĐỀ 3. TÍCH VECTO VỚI MỘT SỐ

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Định nghĩa:

Tích của vectơ \vec{a} với số thực k là một vectơ, kí hiệu là $k\vec{a}$, được xác định như sau:

- a. Nếu $k \geq 0$ thì vectơ $k\vec{a}$ cùng hướng với vectơ \vec{a} .
Nếu $k < 0$ thì vectơ $k\vec{a}$ ngược hướng với vectơ \vec{a} .
- b. Độ dài của vectơ $k\vec{a}$ bằng $|k| \cdot |\vec{a}|$.

2. Tính chất

• Với mọi vectơ \vec{a}, \vec{b} và mọi số thực k, l ta có:

- a. $k(l\vec{a}) = (kl)\vec{a}$.
- b. $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$.
- c. $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$; $k(\vec{a} - \vec{b}) = k\vec{a} - k\vec{b}$.
- d. $k\vec{a} = \vec{0} \Leftrightarrow k = 0$ hoặc $\vec{a} = \vec{0}$.

- I là trung điểm đoạn $AB \Leftrightarrow \vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$, với mọi điểm M .
- Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì với mọi điểm M ta luôn có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$.

3. Điều kiện để hai vectơ cùng phương

- \vec{b} cùng phương \vec{a} ($\vec{a} \neq \vec{0}$) $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \vec{b} = k\vec{a}$.
- Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{R} : \vec{AB} = k\vec{AC}$.

4. Biểu thị một vectơ qua hai vectơ không cùng phương

Cho hai vectơ không cùng phương \vec{a} và \vec{b} . Khi đó mọi vectơ \vec{c} đều có thể biểu thị được một cách duy nhất qua hai vectơ \vec{a} và \vec{b} , nghĩa là có duy nhất cặp số m và n sao cho $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.

B DẠNG BÀI TẬP

📁 Dạng 1. Phân tích một vectơ theo hai vectơ không cùng phương

Ví dụ 1. Cho AK và BM là hai trung tuyến của ΔABC . Hãy phân tích vectơ \vec{AB} theo hai vectơ \vec{AK} và \vec{BM} .

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Cách 1: Ta có: $\vec{AB} = \vec{AK} + \vec{KB} = \vec{AK} + \vec{KM} + \vec{MB} = \vec{AK} - \frac{1}{2}\vec{AB} - \vec{BM}$ (vì $KM = \frac{1}{2}AB$) $\Leftrightarrow \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \vec{AK} - \vec{BM} \Leftrightarrow \frac{3}{2}\vec{AB} = \vec{AK} - \vec{BM} \Leftrightarrow \vec{AB} = \frac{2}{3}(\vec{AK} - \vec{BM})$.

Cách 2: Giả sử có cặp số m, n sao cho $\vec{AB} = m\vec{AK} + n\vec{BM}$, với $G = AK \cap BM$ Ta có $\vec{AB} = \vec{AG} + \vec{GB}$, $\vec{AK} = \frac{3}{2}\vec{AG}$, $\vec{BM} = \frac{3}{2}\vec{BG} \Rightarrow \vec{AG} + \vec{GB} = \frac{3}{2}m\vec{AG} - \frac{3}{2}n\vec{GB} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}m - 1\right)\vec{AG} = \left(-\frac{3}{2}n - 1\right)\vec{BG}$ (*).

Do \vec{AG}, \vec{BG} không cùng phương $\Rightarrow (*) \Rightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}m - 1 = 0 \\ -\frac{3}{2}n - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \vec{AB} = \frac{2}{3}(\vec{AK} - \vec{BM})$.

Ví dụ 2. Cho hình bình hành $ABCD$. Gọi K, L lần lượt là trung điểm BC, CD . Biết $\overrightarrow{AK} = \vec{a}, \overrightarrow{AL} = \vec{b}$. Biểu diễn $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ theo \vec{a}, \vec{b} .

Phân tích hướng dẫn giải

⇔⇔⇔ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⇔⇔⇔

$$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BK} = 2(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK}) = 2\overrightarrow{BA} + 2\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = -2\vec{a} \quad \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{LD} = 2(\overrightarrow{LA} + \overrightarrow{AD}) = 2\overrightarrow{BC} - 2\vec{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = -2\vec{b}.$$

$$\text{Từ đó ta có hệ phương trình: } \begin{cases} 2\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} = -2\vec{a} \\ \overrightarrow{BA} - 2\overrightarrow{BC} = -2\vec{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BA} = -\frac{4}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} \\ \overrightarrow{BC} = -\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{4}{3}\vec{b} \end{cases}.$$

Ví dụ 3. Cho ΔABC và một điểm M tùy ý. Chứng minh rằng: $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.

Phân tích hướng dẫn giải

⇔⇔⇔ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⇔⇔⇔

$$2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{MC} + 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{CB} - 3\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}.$$

Ví dụ 4. Cho hình chữ nhật $ABCD, I, K$ lần lượt là trung điểm của BC và CD .

Chứng minh rằng: $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

Phân tích hướng dẫn giải

⇔⇔⇔ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⇔⇔⇔

$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}) + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}.$$

Ví dụ 5. Cho ΔABC có M là trung điểm AB và N trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Xác định điểm K sao cho $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0}$.

Phân tích hướng dẫn giải

M là trung điểm AB nên:

$$\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AN} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0} \Leftrightarrow 6\overrightarrow{AM} + 6\overrightarrow{AN} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN})$$

$\Rightarrow K$ là trung điểm của MN .

⇔⇔⇔ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⇔⇔⇔

Dạng 2. Chứng minh 3 điểm thẳng hàng

Dạng 3. Tập hợp điểm

Ví dụ 6. Cho hai điểm A và B . Tìm điểm I sao cho $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0}$.

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ☞☞☞
 $\vec{IA} + 2\vec{IB} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{IA} = -2\vec{IB}$. Vậy I thuộc đoạn AB sao cho $IB = \frac{1}{3}AB$.

Ví dụ 7. Cho ΔABC . Tìm điểm N sao cho: $2\vec{NA} + \vec{NB} + \vec{NC} = \vec{0}$.

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ☞☞☞
 Gọi K là trung điểm $BC \Rightarrow \vec{NB} + \vec{NC} = 2\vec{NK}$.
 Nên $2\vec{NA} + \vec{NB} + \vec{NC} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{NA} + 2\vec{NK} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{NA} + \vec{NK} = \vec{0} \Rightarrow N$ là trung điểm AK .

Ví dụ 8. Cho ΔABC . Tìm tập hợp điểm M sao cho $\vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = k\vec{BC}$ với $k \in \mathbb{R}$.

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ☞☞☞
 Gọi E là trung điểm của AB, I là trung điểm của EC .
 $\Rightarrow \vec{MA} + \vec{MB} + 2\vec{MC} = 3\vec{ME} + 2\vec{MC} = 4\vec{MI} \Rightarrow \vec{MI} = \frac{k}{4}\vec{BC}$.
 Do I, B, C cố định nên tập hợp điểm M là một đường thẳng đi qua I và song song với BC .

Ví dụ 9. Cho ΔABC có trọng tâm G, I là trung điểm của BC .
 Tập hợp điểm M sao cho: $2|\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC}| = 3|\vec{MB} + \vec{MC}|$.

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ☞☞☞
 Ta có: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}, \vec{MB} + \vec{MC} = 2\vec{MI} \Rightarrow 2|3\vec{MG}| = 3|2\vec{MI}| \Leftrightarrow |\vec{MG}| = |\vec{MI}|$.
 \Rightarrow Tập hợp điểm M là trung trực của GI .

BÀI TẬP TỰ LUẬN

☞ **Câu 1.** Cho ΔABC với H, O, G lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp và trọng tâm. Chứng minh rằng: $\vec{OG} = \frac{1}{2}\vec{GH}$.

☞ **Câu 2.** Cho 4 điểm A, B, C, D . Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Chứng minh rằng: $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{IJ}; \vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{IJ}$ và $2\vec{IJ} + \vec{DB} + \vec{CA} = \vec{0}$.

☞ **Câu 3.** Cho $\Delta ABC, M$ là một điểm trên cạnh BC . Chứng minh rằng: $\vec{AM} = \frac{MC}{BC} \cdot \vec{AB} + \frac{MB}{BC} \cdot \vec{AC}$.

☞ **Câu 4.** Cho tam giác ABC đều tâm O, M là điểm bất kì trong tam giác. Hình chiếu của M xuống ba cạnh lần lượt là D, E, F . Chứng minh rằng: $\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MF} = \frac{3}{2}\overrightarrow{MO}$.

☞ **Câu 5.** Viết mỗi tập hợp sau bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó:

a. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$.

b. Tìm 2 số m, n sao cho: $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$.

c. Biểu diễn vectơ \vec{c} theo \vec{a}, \vec{b} .

☞ **Câu 6.** Cho ΔABC , I là trung điểm của AC . Tìm vị trí điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{CB}$.

☞ **Câu 7.** Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm N thỏa mãn: $\overrightarrow{NC} + \overrightarrow{ND} - \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}$.

☞ **Câu 8.** Cho ΔABC có M là trung điểm AB và N trên cạnh AC sao cho $NC = 2NA$. Xác định vị trí điểm K sao cho $3\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} - 12\overrightarrow{AK} = \vec{0}$.

☞ **Câu 9.** Cho hình bình hành $ABCD$. Tìm vị trí điểm M thỏa mãn: $\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{AD}$.

☞ **Câu 10.** Gọi G là trọng tâm của ΔABC . Tập hợp điểm M sao cho $|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = 6$.

☞ **Câu 11.** Cho ΔABC . Tìm tập hợp điểm M thỏa mãn: $|4\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}|$ là:

☞ **Câu 12.** Cho ΔABC và điểm M thỏa mãn đẳng thức: $|3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}| = |\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MA}|$. Tìm tập hợp biểu diễn điểm M ?

☞ **Câu 13.** Cho ΔABC có trọng tâm G . Gọi I là điểm trên BC sao cho $2CI = 3BI$ và J là điểm trên BC kéo dài sao cho $5JB = 2JC$. Tính \overrightarrow{AG} theo \overrightarrow{AI} và \overrightarrow{AJ} .

☞ **Câu 14.** Cho ΔABC . Trên BC lấy điểm D sao cho $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$. Khi đó phân tích \overrightarrow{AD} theo các vectơ \overrightarrow{AB} và vectơ \overrightarrow{AC} ?

☞ **Câu 15.** Cho ΔABC có trung tuyến AD . Xét các điểm M, N, P cho bởi $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AD}$. Tìm m để M, N, P thẳng hàng.

☞ **Câu 16.** Cho $\Delta ABC, E$ là trung điểm BC, I là trung điểm của AB . Gọi D, J, K lần lượt là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BE} = 2\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{AJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{JC}, \overrightarrow{IK} = m\overrightarrow{IJ}$. Tìm m để A, K, D thẳng hàng.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

☞ **Câu 1.** Chọn phát biểu SAI ?

(A) Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.

(B) Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

(C) Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}, k \neq 0$.

(D) Ba điểm phân biệt A, B, C thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}, k \neq 0$.

☞ **Câu 2.** Cho tam giác ABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó $\overrightarrow{GA} =$

(A) $2\overrightarrow{GM}$.

(B) $\frac{2}{3}\overrightarrow{GM}$.

(C) $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

(D) $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM}$.

☞ **Câu 3.** Cho tam giác ABC có trọng tâm G và trung tuyến AM . Khẳng định nào sau đây là SAI ?

(A) $\overrightarrow{AM} = -2\overrightarrow{MG}$.

(B) $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GM} = \vec{0}$.

(C) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OG}$, với mọi điểm O .

(D) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

☞ **Câu 4.** Cho hình bình hành $ABCD$. Tổng các vectơ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ là

(A) \overrightarrow{AC} .

(B) $3\overrightarrow{AC}$.

(C) $2\overrightarrow{AC}$.

(D) $5\overrightarrow{AC}$.

⇒ **Câu 5.** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm đó thẳng hàng là

- (A) $\exists k \in \mathbb{R} : \vec{AB} = k\vec{AC}$. (B) $\forall M : \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = \vec{0}$.
 (C) $\forall M : \vec{MA} + \vec{MC} = \vec{MB}$. (D) $\vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC}$.

⇒ **Câu 6.** Hãy chọn kết quả đúng khi phân tích vectơ \vec{AM} theo hai vectơ \vec{AB} và \vec{AC} của tam giác ABC với trung tuyến AM .

- (A) $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$. (B) $\vec{AM} = \frac{1}{2}(\vec{AB} + \vec{AC})$. (C) $\vec{AM} = 2\vec{AB} + 3\vec{AC}$. (D) $\vec{AM} = \frac{1}{3}(\vec{AB} + \vec{AC})$.

⇒ **Câu 7.** Cho hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

- (A) $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{CD}$. (B) $\vec{AC} + \vec{BD} = 2\vec{BC}$. (C) $\vec{AC} - \vec{BD} = 2\vec{CD}$. (D) $\vec{AC} + \vec{BC} = \vec{AB}$.

⇒ **Câu 8.** Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm của BC và G là trọng tâm của tam giác ABC . Đẳng thức vectơ nào sau đây đúng?

- (A) $\vec{AM} = 2\vec{AG}$. (B) $\vec{AB} + \vec{AC} = \frac{3}{2}\vec{AG}$. (C) $2\vec{AM} = 3\vec{AG}$. (D) $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{GM}$.

⇒ **Câu 9.** Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây đúng.

- (A) $\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2}$. (B) $\vec{AG} = \frac{2(\vec{AB} + \vec{AC})}{3}$. (C) $\vec{AG} = \frac{3(\vec{AB} + \vec{AC})}{2}$. (D) $\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{3}$.

⇒ **Câu 10.** Điều kiện nào dưới đây là điều kiện cần và đủ để điểm O là trung điểm của đoạn AB .

- (A) $OA = OB$. (B) $\vec{OA} = \vec{OB}$. (C) $\vec{AO} = \vec{BO}$. (D) $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 11.** Cho tam giác ABC có trung tuyến BM và trọng tâm G . Khi đó $\vec{BG} =$

- (A) $\vec{BA} + \vec{BC}$. (B) $\frac{1}{2}(\vec{BA} + \vec{BC})$. (C) $\frac{1}{3}\vec{BA} + \vec{BC}$. (D) $\frac{1}{3}(\vec{BA} + \vec{BC})$.

⇒ **Câu 12.** Gọi CM là trung tuyến của tam giác ABC và D là trung điểm của CM . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- (A) $\vec{DA} + \vec{DC} + 2\vec{DB} = \vec{0}$. (B) $\vec{DA} + \vec{DB} + 2\vec{CD} = \vec{0}$. (C) $\vec{DA} + \vec{DB} + 2\vec{DC} = \vec{0}$. (D) $\vec{DC} + \vec{DB} + 2\vec{DA} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 13.** Cho tam giác ABC có D, M lần lượt là trung điểm của AB, CD . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- (A) $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} = \vec{0}$. (B) $\vec{MC} + \vec{MA} + 2\vec{BM} = \vec{0}$.
 (C) $\vec{MA} + \vec{MC} + 2\vec{MB} = \vec{0}$. (D) $\vec{MC} + \vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$.

⇒ **Câu 14.** Cho vectơ $\vec{b} \neq \vec{0}, \vec{a} = -2\vec{b}, \vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Khẳng định nào sau đây sai?

- (A) Hai vectơ \vec{b} và \vec{c} ngược hướng. (B) Hai vectơ \vec{b} và \vec{c} cùng phương.
 (C) Hai vectơ \vec{b} và \vec{c} bằng nhau. (D) Hai vectơ \vec{b} và \vec{c} đối nhau.

⇒ **Câu 15.** Gọi O là giao điểm hai đường chéo AC và BD của hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức sai?

- (A) $\vec{OB} - \vec{OD} = 2\vec{OB}$. (B) $\vec{AC} = 2\vec{AO}$. (C) $\vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CA}$. (D) $\vec{DB} = 2\vec{BO}$.

⇒ **Câu 16.** Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $a\sqrt{2}$. Tính $S = |2\vec{AD} + \vec{DB}|$?

- (A) $A = a$. (B) $A = a\sqrt{3}$. (C) $A = 2a$. (D) $A = a\sqrt{2}$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. B	2. C	3. A	4. C	5. A	6. B	7. B	8. C	9. D	10. D
11. C	12. C	13. C	14. C	15. D	16. C				

BÀI TẬP SỐ 2

➤ **Câu 1.** Cho tam giác ABC và I thỏa $\vec{IA} = 3\vec{IB}$. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức ĐÚNG ?

- (A) $\vec{CI} = \vec{CA} - 3\vec{CB}$. (B) $\vec{CI} = \frac{1}{2}(3\vec{CB} - \vec{CA})$. (C) $\vec{CI} = \frac{1}{2}(\vec{CA} - 3\vec{CB})$. (D) $\vec{CI} = 3\vec{CB} - \vec{CA}$.

➤ **Câu 2.** Phát biểu nào là SAI ?

- (A) $\vec{AB} = \vec{CD}$ thì A, B, C, D thẳng hàng. (B) Nếu $\vec{AB} = \vec{AC}$ thì $|\vec{AB}| = |\vec{AC}|$.
 (C) Nếu $3\vec{AB} + 7\vec{AC} = \vec{0}$ thì A, B, C thẳng hàng. (D) $\vec{AB} - \vec{CD} = \vec{DC} - \vec{BA}$.

➤ **Câu 3.** Cho 2 tam giác ABC và $A'B'C'$ lần lượt có trọng tâm là G và G' . Đẳng thức nào sau đây là SAI ?

- (A) $3\vec{GG'} = \vec{AA'} + \vec{BB'} + \vec{CC'}$. (B) $3\vec{GG'} = \vec{AB'} + \vec{BC'} + \vec{CA'}$.
 (C) $3\vec{GG'} = \vec{A'A} + \vec{B'B} + \vec{C'C}$. (D) $3\vec{GG'} = \vec{AC'} + \vec{BA'} + \vec{CB'}$.

➤ **Câu 4.** Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

- (A) $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 6\vec{b}$. (B) $-\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $2\vec{a} + \vec{b}$.
 (C) $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$. (D) $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

➤ **Câu 5.** Biết rằng hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương nhưng hai vectơ $2\vec{a} - 3\vec{b}$ và $\vec{a} + (x-1)\vec{b}$ cùng phương. Khi đó giá trị của x là:

- (A) $\frac{1}{2}$. (B) $-\frac{3}{2}$. (C) $-\frac{1}{2}$. (D) $\frac{3}{2}$.

➤ **Câu 6.** Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

- (A) $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = \frac{1}{2}\vec{a} - 3\vec{b}$. (B) $\vec{u} = 2\vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ và $\vec{v} = -\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$.
 (C) $\vec{u} = \frac{3}{5}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - \frac{3}{5}\vec{b}$. (D) $\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{a} + 3\vec{b}$ và $\vec{v} = 2\vec{a} - 9\vec{b}$.

➤ **Câu 7.** Cho tam giác ABC , có trọng tâm G . Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của BC, CA, AB . Chọn khẳng định SAI ?

- (A) $\vec{GC} = 2\vec{GC}_1$. (B) $\vec{GA}_1 + \vec{GB}_1 + \vec{GC}_1 = \vec{0}$.
 (C) $\vec{AG} + \vec{BG} + \vec{CG} = \vec{0}$. (D) $\vec{AA}_1 + \vec{BB}_1 + \vec{CC}_1 = \vec{0}$.

➤ **Câu 8.** Nếu G là trọng tâm tam giác ABC thì đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) $\vec{AG} = \frac{3(\vec{AB} + \vec{AC})}{2}$. (B) $\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{3}$. (C) $\vec{AG} = \frac{2(\vec{AB} + \vec{AC})}{3}$. (D) $\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2}$.

➤ **Câu 9.** Cho \vec{a}, \vec{b} không cùng phương, $\vec{x} = -2\vec{a} + \vec{b}$. Vectơ cùng hướng với \vec{x} là:

- (A) $2\vec{a} - \vec{b}$. (B) $-\vec{a} + \vec{b}$. (C) $4\vec{a} + 2\vec{b}$. (D) $-\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

➤ **Câu 10.** Cho hình bình hành $ABCD$, điểm M thỏa mãn: $\vec{MA} + \vec{MC} = \vec{AB}$. Khi đó M là trung điểm của:

- (A) AD . (B) AB . (C) BC . (D) CD .

➤ **Câu 11.** Cho tam giác ABC , điểm I thỏa mãn: $5\vec{MA} = 2\vec{MB}$. Nếu $\vec{IA} = m\vec{IM} + n\vec{IB}$ thì cặp số $(m; n)$ bằng:

- (A) $(\frac{3}{5}; \frac{2}{5})$. (B) $(\frac{2}{5}; \frac{3}{5})$. (C) $(-\frac{3}{5}; \frac{2}{5})$. (D) $(\frac{3}{5}; -\frac{2}{5})$.

➤ **Câu 12.** Cho tam giác ABC . Gọi M là điểm trên cạnh AB sao cho $MB = 3MA$. Khi đó, biểu diễn \vec{AM} theo \vec{AB} và \vec{AC} là:

- (A) $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{3}{4}\vec{AC}$. (B) $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB} + 3\vec{AC}$. (C) $\vec{AM} = \frac{1}{4}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$. (D) $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$.

➤ **Câu 13.** Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh BC sao cho $CM = 2MB$ và I là trung điểm của AB . Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

- (A) $\vec{IM} = \frac{1}{6}\vec{AB} - \frac{1}{3}\vec{AC}$. (B) $\vec{IM} = \frac{1}{6}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$. (C) $\vec{IM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$. (D) $\vec{IM} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{6}\vec{AC}$.

⇒ **Câu 14.** Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

Ⓐ $-3\vec{a} + \vec{b}$ và $-\frac{1}{2}\vec{a} + 100\vec{b}$.

Ⓑ $\frac{1}{2}\vec{a} + \sqrt{2}\vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

Ⓒ $-\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{a} - 2\vec{b}$.

Ⓓ $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$ và $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$.

⇒ **Câu 15.** Cho tam giác ABC có N thuộc cạnh BC sao cho $BN = 2NC$. Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

Ⓐ $\vec{AN} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$.

Ⓑ $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

Ⓒ $\vec{AN} = -\frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

Ⓓ $\vec{AN} = \frac{1}{3}\vec{AB} - \frac{2}{3}\vec{AC}$.

⇒ **Câu 16.** Cho hai điểm cố định A, B ; gọi I là trung điểm của đoạn thẳng AB . Tập hợp tất cả các điểm M thoả mãn: $|\vec{MA} + \vec{MB}| = |\vec{MA} - \vec{MB}|$ là:

Ⓐ Nửa đường tròn đường kính AB .

Ⓑ Đường tròn tâm I , bán kính AB .

Ⓒ Đường tròn đường kính AB .

Ⓓ Trung trực của AB .

⇒ **Câu 17.** Tam giác ABC vuông tại A , $AB = AC = 2$. Độ dài vectơ $4\vec{AB} - \vec{AC}$ bằng:

Ⓐ $\sqrt{17}$.

Ⓑ $2\sqrt{15}$.

Ⓒ 5.

Ⓓ $2\sqrt{17}$.

⇒ **Câu 18.** Cho tam giác ABC có M thuộc cạnh AB sao cho $AM = 3MB$. Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG ?

Ⓐ $\vec{CM} = \frac{1}{4}\vec{CA} + \frac{3}{4}\vec{CB}$.

Ⓑ $\vec{CM} = \frac{7}{4}\vec{CA} + \frac{3}{4}\vec{CB}$.

Ⓒ $\vec{CM} = \frac{1}{2}\vec{CA} + \frac{3}{4}\vec{CB}$.

Ⓓ $\vec{CM} = \frac{1}{4}\vec{CA} - \frac{3}{4}\vec{CB}$.

⇒ **BẢNG ĐÁP ÁN** ⇒

1. B	2. A	3. C	4. C	5. C	6. B	7. A	8. B	9. D	10. A
11. A	12. A	13. A	14. C	15. B	16. C	17. D	18. A		

CHỦ ĐỀ 4. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Hệ trục tọa độ

Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ gồm hai trục $(O; \vec{i})$ và $(O; \vec{j})$ vuông góc với nhau. Trong đó:

- Điểm O gọi là gốc tọa độ.
- Trục $(O; \vec{i})$ gọi là trục hoành, kí hiệu là Ox .
- Trục $(O; \vec{j})$ gọi là trục tung, kí hiệu là Oy .
- Các vectơ \vec{i} và \vec{j} là các vectơ đơn vị trên trục Ox và Oy .
- Hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ còn được kí hiệu là Oxy .

Chú ý: Mặt phẳng mà trên đó đã chọn một hệ trục tọa độ Oxy được gọi là mặt phẳng tọa độ Oxy (Hay mặt phẳng Oxy).

2. Tọa độ của vectơ đối với hệ trục tọa độ

- Đối với hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$ nếu $\vec{u} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j}$ thì cặp số $(x; y)$ được gọi là tọa độ của vectơ \vec{u} .
- Kí hiệu $\vec{u} = (x; y)$ hay $\vec{u}(x; y)$. Số x gọi là hoành độ, y gọi là tung độ của vectơ \vec{u} .
- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tọa độ của vectơ \vec{OM} được gọi là tọa độ của điểm M . Như vậy theo định nghĩa ta có: $(x; y)$ là tọa độ của điểm M khi và chỉ khi $\vec{OM} = (x; y)$.

Kí hiệu: $M(x; y)$ hay $M = (x; y)$.

Số x gọi là hoành độ, số y gọi là tung độ của điểm M .

Nhận xét: Nếu gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M trên Ox và Oy thì:

$$M(x; y) \Leftrightarrow \vec{OM} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} = \vec{OH} + \vec{OK}.$$

Như vậy: $\vec{OH} = x \cdot \vec{i}$ hay $x = \vec{OH}$ và $\vec{OK} = y \cdot \vec{j}$ hay $y = \vec{OK}$.

Định lí: Với hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ ta có: $\vec{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$

3. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và tọa độ trọng tâm của tam giác.

Định lí: Với hai điểm $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$, khi đó trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là:

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} \end{cases}.$$

Định lí: Cho ba điểm $A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$ và $C(x_C; y_C)$. Khi đó trọng tâm G của ΔABC có tọa độ là

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \end{cases}.$$

B DẠNG BÀI TẬP

☐ Dạng 1. Tìm tọa độ của một điểm và độ dài đại số của một véc-tơ trên trục

Ví dụ 1. Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1), B(4; 3)$. Tọa độ của véc-tơ \overrightarrow{AB} bằng

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ LỜI GIẢI CHI TIẾT ☞☞☞

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4 - 2; 3 - (-1)) = (2; 4).$$

Ví dụ 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , $\vec{a} = (5; 2), \vec{b} = (10; 6 - 2x)$. Tìm x để $\vec{a}; \vec{b}$ cùng phương?

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ LỜI GIẢI CHI TIẾT ☞☞☞

Ta có: $\vec{a}; \vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi: $\frac{10}{5} = \frac{6-2x}{2} \Leftrightarrow 20 = 30 - 10x \Leftrightarrow 10x = 10 \Leftrightarrow x = 1.$

Ví dụ 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , $\vec{a} = (5; 2), \vec{b} = (10; 6 - 2x)$. Tìm x để $\vec{a}; \vec{b}$ cùng phương?

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ LỜI GIẢI CHI TIẾT ☞☞☞

Ta có: $\vec{a}; \vec{b}$ cùng phương khi và chỉ khi: $\frac{10}{5} = \frac{6-2x}{2} \Leftrightarrow 20 = 30 - 10x \Leftrightarrow 10x = 10 \Leftrightarrow x = 1.$

☐ Dạng 2. Xác định tọa độ của véc-tơ và của một điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy

Ví dụ 4. Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2; -3); B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ LỜI GIẢI CHI TIẾT ☞☞☞

Ta có: $I\left(\frac{2+4}{2}; \frac{-3+7}{2}\right) = (3; 2).$

Ví dụ 5. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có $A(2; 1), B(-1; -2), C(-3; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

Phân tích hướng dẫn giải

☞☞☞ LỜI GIẢI CHI TIẾT ☞☞☞

Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G\left(\frac{2-1-3}{3}; \frac{1-2+2}{3}\right) \Rightarrow G\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right).$

Ví dụ 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(-1;1)$, $B(1;3)$, $C(5;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành?

Phân tích hướng dẫn giải

Gọi $D(x, y)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2;2)$, $\overrightarrow{DC} = (5-x;2-y)$.

Do $ABCD$ là hình bình hành nên: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 5-x=2 \\ 2-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases}$. Vậy $D(3;0)$.

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ví dụ 7. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3;3)$, $B(-1;-9)$, $C(5;-1)$. Gọi I là trung điểm của AB . Tìm tọa độ M sao cho $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CI}$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Giả sử $M(x; y)$. Ta có $I(1; -3)$, $\overrightarrow{CI}(-4; -2)$, $\overrightarrow{AM} = (x-3; y-3)$.

$$\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CI} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=2 \\ y-3=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}.$$

Vậy $M(5;4)$.

Dạng 3. Phân tích một véc-tơ theo hai véc-tơ không cùng phương

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\vec{a} = (2;1)$, $\vec{b} = (3;4)$, $\vec{c} = (7;2)$, cho biết $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Tìm m, n ?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có $m\vec{a} + n\vec{b} = (2m+3n; m+4n)$. Có $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m+3n=7 \\ m+4n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{22}{5} \\ n = \frac{-3}{5} \end{cases}$.

Ví dụ 9. Cho các vectơ $\vec{a} = (4; -2)$, $\vec{b} = (-1; -1)$, $\vec{c} = (2; 5)$. Phân tích vectơ \vec{b} theo 2 vectơ \vec{a} và \vec{c} ?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Ta có: $\vec{b} = m\vec{a} + n\vec{c} \Leftrightarrow (-1; -1) = m(4; -2) + n(2; 5) \Leftrightarrow (-1; -1) = (4m; -2m) + (2n + 5n)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 4m + 2n \\ -1 = -2m + 5n \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{1}{8} \\ n = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

📁 **Dạng 4. Chứng minh ba điểm thẳng hàng, hai đường thẳng song song**

Ví dụ 10. Cho 4 điểm $A(1; -2)$, $B(0; 3)$, $C(-3; 4)$, $D(-1; 8)$. Ba điểm nào trong bốn điểm đã cho thẳng hàng?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Ta có: $\vec{AB} = (-1; 5)$, $\vec{DA} = (2; -10) \Rightarrow \vec{DA} = 2(1; -5) = -2\vec{AB} \Rightarrow A, B, D$ thẳng hàng.

🕒 BÀI TẬP TỰ LUẬN

👉 **Câu 1.** Viết tọa độ của các vectơ sau:

a. $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$; $\vec{b} = \frac{1}{3}\vec{i} - 5\vec{j}$; $\vec{c} = 3\vec{i}$; $\vec{d} = -2\vec{j}$.

b. $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{c} = -\vec{i} + \frac{3}{2}\vec{j}$; $\vec{d} = -4\vec{j}$; $\vec{e} = 3\vec{i}$.

👉 **Câu 2.** Viết dưới dạng $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ khi biết tọa độ của vectơ \vec{u} là:

a. $\vec{u} = (2; -3)$; $\vec{u} = (-1; 4)$; $\vec{u} = (2; 0)$; $\vec{u} = (0; -1)$.

b. $\vec{u} = (1; 3)$; $\vec{u} = (4; -1)$; $\vec{u} = (1; 0)$; $\vec{u} = (0; 0)$.

👉 **Câu 3.** Cho $\vec{a} = (1; -2)$, $\vec{b} = (0; 3)$. Tìm tọa độ của các vectơ sau:

a. $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$; $\vec{y} = \vec{a} - \vec{b}$; $\vec{z} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$.

b. $\vec{u} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$; $\vec{v} = 2 + \vec{b}$; $\vec{w} = 4\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

👉 **Câu 4.** Cho $\vec{a} = (2; 0)$, $\vec{b} = \left(-1; \frac{1}{2}\right)$, $\vec{c} = (4; -6)$.

a. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$.

b. Biểu diễn vectơ \vec{c} theo \vec{a} , \vec{b} .

c. Tìm 2 số m, n sao cho: $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$.

☞ **Câu 5.** Viết mỗi tập hợp sau bằng cách chỉ rõ tính chất đặc trưng cho các phần tử của nó:

- Tìm tọa độ của vectơ $\vec{d} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$.
- Tìm 2 số m, n sao cho: $m\vec{a} + \vec{b} - n\vec{c} = \vec{0}$.
- Biểu diễn vectơ \vec{c} theo \vec{a}, \vec{b} .

☞ **Câu 6.** Cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 0)$.

- Tìm tọa độ điểm C sao cho: $\vec{OC} = -3\vec{AB}$.
- Tìm điểm D đối xứng với A qua C .
- Tìm điểm M chia đoạn AB theo tỉ số $k = -3$.

☞ **Câu 7.** Cho ba điểm $A(1; 1); B(1; 3); C(-2; 0)$

- Chứng minh ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- Tìm tọa độ điểm M sao cho A là trọng tâm tam giác BCM .

☞ **Câu 8.** Cho ba điểm $A(1; -2); B(0; 4); C(3; 2)$.

- Tìm tọa độ các vectơ $\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{BC}$.
- Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn AB .
- Tìm tọa độ điểm M sao cho: $\vec{CM} = 2\vec{AB} - 3\vec{AC}$.
- Tìm tọa độ điểm N sao cho: $\vec{AN} + 2\vec{BN} - 4\vec{CN} = \vec{0}$.

☞ **Câu 9.** Cho ba điểm $A(1; 2); B(2; 3); C(1; 2)$.

- Tìm tọa độ điểm D đối xứng với A qua C .
- Tìm tọa độ điểm E là đỉnh thứ tự của hình bình hành có 3 đỉnh là A, B, C .
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

☞ **Câu 10.** Cho ΔABC có $A(4; 3); B(-1; 2); C(3; -2)$.

- Tìm tọa độ trọng tâm G của ΔABC .
- Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

☞ **Câu 11.** Cho $A(2; 3); B(-1; -1); C(6; 0)$.

- Chứng minh ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
- Tìm tọa độ trọng tâm G của ΔABC .
- Tìm tọa độ điểm D để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

☞ **Câu 12.** Cho $A(0; 2); B(6; 4); C(1; -1)$. Tìm tọa độ các điểm M, N, P sao cho:

- Tam giác ABC nhận các điểm M, N, P làm trung điểm của các cạnh.
- Tam giác MNP nhận các điểm A, B, C làm trung điểm của các cạnh.

☞ **Câu 13.** Trong mp (Oxy) cho tam giác ABC với $A(1; 5); B(3; 1); C(6; 0)$. Xác định hình dạng của tam giác ABC . Tính diện tích tam giác ABC .

☞ **Câu 14.** Trong mp (Oxy) cho $A(4; 0)$ và $B(2; 2\sqrt{3})$. Chứng minh tam giác OAB đều. Tìm trực tâm của tam giác OAB .

☞ **Câu 15.** Cho tam giác ABC với $A(1; 0); B(2; 1)$ và $C(0; 3)$. Xác định hình dạng của tam giác ABC . Tìm tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

☞ **Câu 16.** Trong mặt phẳng (Oxy) cho tam giác ABC với $A(0; 2); B(m; 0)$ và $C(m+3; 1)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại A .

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

- ⇒ **Câu 1.** Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho vectơ $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là
 Ⓐ $\vec{u} = (3; 4)$. Ⓑ $\vec{u} = (-3; -4)$. Ⓒ $\vec{u} = (3; -4)$. Ⓓ $\vec{u} = (-3; 4)$.
- ⇒ **Câu 2.** Trong hệ tọa độ Oxy cho $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$. Tọa độ của vectơ \vec{u} là
 Ⓐ $\vec{u} = (-1; 10)$. Ⓑ $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$. Ⓒ $\vec{u} = \left(\frac{1}{2}; -5\right)$. Ⓓ $\vec{u} = (1; -10)$.
- ⇒ **Câu 3.** Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(1; 1), N(4; -1)$. Tính độ dài vectơ \overrightarrow{MN} .
 Ⓐ $|\overrightarrow{MN}| = 3$. Ⓑ $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{13}$. Ⓒ $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{29}$. Ⓓ $|\overrightarrow{MN}| = 5$.
- ⇒ **Câu 4.** Trong hệ trục tọa độ Oxy , tọa độ của vectơ $\vec{a} = 8\vec{j} - 3\vec{i}$ bằng
 Ⓐ $\vec{a} = (3; -8)$. Ⓑ $\vec{a} = (8; 3)$. Ⓒ $\vec{a} = (8; -3)$. Ⓓ $\vec{a} = (-3; 8)$.
- ⇒ **Câu 5.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $B(-1; 3)$ và $C(3; 1)$. Độ dài vectơ \overrightarrow{BC} bằng
 Ⓐ 6. Ⓑ 2. Ⓒ $2\sqrt{5}$. Ⓓ $\sqrt{5}$.
- ⇒ **Câu 6.** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho điểm $A(1; 3)$ và $B(0; 6)$. Khẳng định nào ĐÚNG?
 Ⓐ $\overrightarrow{AB} = (1; -3)$. Ⓑ $\overrightarrow{AB} = (3; -5)$. Ⓒ $\overrightarrow{AB} = (-1; 3)$. Ⓓ $\overrightarrow{AB} = (5; -3)$.
- ⇒ **Câu 7.** Xác định tọa độ của vectơ $\vec{c} = \vec{a} + 3\vec{b}$ biết $\vec{a} = (2; -1), \vec{b} = (3; 4)$
 Ⓐ $\vec{c} = (11; -13)$. Ⓑ $\vec{c} = (11; 11)$. Ⓒ $\vec{c} = (11; 13)$. Ⓓ $\vec{c} = (7; 13)$.
- ⇒ **Câu 8.** Cho $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (3; 4), \vec{c} = (-7; 2)$. Tìm vectơ \vec{x} sao cho $\vec{x} - 2\vec{a} = \vec{b} - 3\vec{c}$.
 Ⓐ $\vec{x} = (28; 2)$. Ⓑ $\vec{x} = (13; 5)$. Ⓒ $\vec{x} = (16; 4)$. Ⓓ $\vec{x} = (28; 0)$.
- ⇒ **Câu 9.** Vectơ $\vec{a} = (5; 0)$ biểu diễn dạng $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ được kết quả nào sau đây?
 Ⓐ $\vec{a} = 5\vec{i} - \vec{j}$. Ⓑ $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j}$. Ⓒ $\vec{a} = 5\vec{i}$. Ⓓ $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{j}$.
- ⇒ **Câu 10.** Xác định tọa độ vectơ $\vec{c} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$ biết $\vec{a} = (3; -2), \vec{b} = (2; -4)$
 Ⓐ $\vec{c} = (2; -11)$. Ⓑ $\vec{c} = (-2; 11)$. Ⓒ $\vec{c} = (11; 2)$. Ⓓ $\vec{c} = (2; 11)$.
- ⇒ **Câu 11.** Cho $\vec{a} = (3; -1), \vec{b} = (0; 4), \vec{c} = (5; 3)$. Tìm vectơ \vec{x} sao cho $\vec{x} - \vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c} = \vec{0}$.
 Ⓐ $(-8; 18)$. Ⓑ $(8; 18)$. Ⓒ $(18; 0)$. Ⓓ $(8; -18)$.
- ⇒ **Câu 12.** Cho $A = (3; -2), B = (-5; 4), C = \left(\frac{1}{3}; 0\right)$. Tìm x thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{AC}$.
 Ⓐ $x = 3$. Ⓑ $x = -3$. Ⓒ $x = 2$. Ⓓ $x = -4$.
- ⇒ **Câu 13.** Trong các cặp vectơ sau, cặp vectơ nào không cùng phương?
 Ⓐ $\vec{a} = (2; 3); \vec{b} = (-10; -15)$. Ⓑ $\vec{c} = (3; 4); \vec{d} = (6; 9)$.
 Ⓒ $\vec{m} = (-2; 1); \vec{n} = (-6; 3)$. Ⓓ $\vec{u} = (0; 5); \vec{v} = (0; 8)$.
- ⇒ **Câu 14.** Cho $A(-1; 1), B(1; 3), C(-2; 0)$. Tìm x sao cho $\overrightarrow{AB} = x\overrightarrow{BC}$
 Ⓐ $x = -\frac{3}{2}$. Ⓑ $x = \frac{3}{2}$. Ⓒ $x = \frac{2}{3}$. Ⓓ $x = -\frac{2}{3}$.
- ⇒ **Câu 15.** Trong các cặp vectơ sau, cặp vectơ nào không cùng phương?
 Ⓐ $\vec{u} = (0; 5), \vec{v} = (0; -1)$. Ⓑ $\vec{m} = (-2; 1), \vec{b} = (1; 2)$.
 Ⓒ $\vec{c} = (3; 4), \vec{d} = (-6; -8)$. Ⓓ $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (6; 9)$.
- ⇒ **Câu 16.** Cho $\vec{u} = (m^2 + 3; 2m), \vec{v} = (5m - 3; m^2)$. Vectơ $\vec{u} = \vec{v}$ khi và chỉ khi m thuộc tập hợp:
 Ⓐ $\{2\}$. Ⓑ $\{0; 2\}$. Ⓒ $\{0; 2; 3\}$. Ⓓ $\{3\}$.
- ⇒ **Câu 17.** Cho 2 vectơ $\vec{u} = (2m - 1)\vec{i} + (3 - m)\vec{j}$ và $\vec{v} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$. Tìm m để hai vectơ cùng phương.
 Ⓐ $m = \frac{9}{8}$. Ⓑ $m = \frac{8}{9}$. Ⓒ $m = \frac{11}{5}$. Ⓓ $m = \frac{5}{11}$.

📁 **Câu 18.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(m-1;2);B(2;5-2m);C(m-3;4)$. Tìm m để A,B,C thẳng hàng.

Ⓐ $m = 3$.

Ⓑ $m = 2$.

Ⓒ $m = 1$.

Ⓓ $m = -2$.

📖 **BẢNG ĐÁP ÁN** 📖

1. C	2. C	3. B	4. D	5. C	6. C	7. B	8. D	9. C	10. C
11. C	12. A	13. B	14. D	15. B	16. A	17. A	18. B		

BÀI TẬP SỐ 2

- ⇒ **Câu 1.** Vectơ $\vec{a} = (2; -1)$ biểu diễn dưới dạng $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ được kết quả nào sau đây?
 Ⓐ $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j}$. Ⓑ $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j}$. Ⓒ $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$. Ⓓ $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$.
- ⇒ **Câu 2.** Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(4;2), B(-2;1), C(0;3), M(-3;7)$. Giả sử $\overrightarrow{AM} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi đó $x + y$ bằng
 Ⓐ $-\frac{12}{5}$. Ⓑ 5. Ⓒ $\frac{12}{5}$. Ⓓ -5.
- ⇒ **Câu 3.** Trong mặt phẳng Oxy cho các véc tơ $\vec{a} = (2; -1); \vec{b} = (0; 4)$ và $\vec{c} = (3; 3)$. Gọi m và n là hai số thực sao cho $\vec{c} = m\vec{a} - n\vec{b}$. Tính giá trị biểu thức $P = m^2 + n^2$.
 Ⓐ $8P = \frac{97}{64}$. Ⓑ $P = \frac{100}{81}$. Ⓒ $P = \frac{225}{64}$. Ⓓ $P = \frac{193}{64}$.
- ⇒ **Câu 4.** Cho $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (-3; 4), \vec{c} = (-4; 9)$. Hai số thực m, n thỏa mãn $m\vec{a} + n\vec{b} = \vec{c}$. Tính $m^2 + n^2$?
 Ⓐ 3. Ⓑ 5. Ⓒ 2. Ⓓ 1.
- ⇒ **Câu 5.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (2; 1); \vec{b} = (3; 4); \vec{c} = (7; 2)$. Tìm m, n để $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$.
 Ⓐ $m = \frac{22}{5}, n = -\frac{3}{5}$. Ⓑ $m = -\frac{22}{5}, n = -\frac{3}{5}$. Ⓒ $m = \frac{1}{5}, n = -\frac{3}{5}$. Ⓓ $m = \frac{22}{5}, n = \frac{3}{5}$.
- ⇒ **Câu 6.** Cho vectơ $\vec{a} = (2; 1), \vec{b} = (3; 4), \vec{c} = (7; 2)$. Khi đó $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$. Tính tổng $m + n$ bằng:
 Ⓐ 3, 8. Ⓑ 5. Ⓒ -5. Ⓓ -3, 8.
- ⇒ **Câu 7.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 4 điểm $A(1; -2), B(0; 3), C(-3; 4), D(-1; 8)$. Phân tích \overrightarrow{CD} qua \overrightarrow{AB} và \overrightarrow{AC} . Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG?
 Ⓐ $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$. Ⓒ $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
- ⇒ **Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(x; y)$. Tìm tọa độ của điểm M_1 đối xứng với M qua trục hoành?
 Ⓐ $M_1(x; -y)$. Ⓑ $M_1(x; y)$. Ⓒ $M_1(-x; y)$. Ⓓ $M_1(-x; -y)$.
- ⇒ **Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC biết $A(2; -3), B(4; 7), C(1; 5)$. Tọa độ trọng tâm G của ΔABC là:
 Ⓐ $(7; 15)$. Ⓑ $\left(\frac{7}{3}; 5\right)$. Ⓒ $\left(\frac{7}{3}; 3\right)$. Ⓓ $(7; 9)$.
- ⇒ **Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2; -3), B(4; 7)$. Tìm tọa độ trung điểm I của AB .
 Ⓐ $(8; -21)$. Ⓑ $(6; 4)$. Ⓒ $(2; 10)$. Ⓓ $(3; 2)$.
- ⇒ **Câu 11.** Cho ΔABC có $A(4; 9), B(3; 7), C(x - 1; y)$. Để $G(x; y + 6)$ là trọng tâm ΔABC thì giá trị x và y là
 Ⓐ $x = 3, y = -1$. Ⓑ $x = 3, y = 1$. Ⓒ $x = -3, y = -1$. Ⓓ $x = -3, y = 1$.
- ⇒ **Câu 12.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-1; 2), B(2; 0), C(-3; 1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là
 Ⓐ $G\left(-\frac{2}{3}; 1\right)$. Ⓑ $G\left(\frac{2}{3}; -1\right)$. Ⓒ $G\left(-\frac{4}{3}; 1\right)$. Ⓓ $G\left(\frac{4}{3}; -1\right)$.
- ⇒ **Câu 13.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-4; 1); B(2; 4); C(2; -2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho C là trọng tâm ΔABD
 Ⓐ $D(8; 11)$. Ⓑ $D(12; 11)$. Ⓒ $D(8; -11)$. Ⓓ $D(-8; -11)$.
- ⇒ **Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3; -5), B(-3; 3), C(-1; -2), D(5; -10)$. Hỏi $G\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ là trọng tâm của tam giác nào dưới đây?
 Ⓐ BCD . Ⓑ ABC . Ⓒ ACD . Ⓓ ABD .
- ⇒ **Câu 15.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(3; 5), B(1; 2), C(5; 2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác.
 Ⓐ $G(-3; 4)$. Ⓑ $G(4; 0)$. Ⓒ $G(2; 3)$. Ⓓ $G(3; 3)$.

👉 **Câu 16.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $D(3;4), E(6;1), F(7;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Tính tổng tung độ ba đỉnh của tam giác ABC .

- Ⓐ $\frac{16}{3}$. Ⓑ $\frac{8}{3}$. Ⓒ 8. Ⓓ 16.

👉 **Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có $M(2;3), N(0;4), P(-1;6)$ lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB . Tìm tọa độ đỉnh A .

- Ⓐ $A(1;5)$. Ⓑ $A(-2;-7)$. Ⓒ $A(-3;7)$. Ⓓ $A(1;-10)$.

👉 **Câu 18.** Cho tam giác ABC . Biết trung điểm của các cạnh BC, CA, AB có tọa độ lần lượt là $M(1;-1), N(3;2), P(0;-5)$. Khi đó tọa độ của điểm A là:

- Ⓐ $(5;1)$. Ⓑ $(\sqrt{5};0)$. Ⓒ $(2;-2)$. Ⓓ $(2;\sqrt{2})$.

👉 **Câu 19.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔMNP có $M(1;-1); N(5;-3)$ và P thuộc trục Oy . Trọng tâm G của tam giác nằm trên trục Ox . Tọa độ của điểm P là:

- Ⓐ $P(0;4)$. Ⓑ $P(2;0)$. Ⓒ $P(2;4)$. Ⓓ $P(0;2)$.

👉 **Câu 20.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(3;-4)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên Ox, Oy . Khẳng định nào ĐÚNG ?

- Ⓐ $\overrightarrow{OM_1} - \overrightarrow{OM_2} = (-3;4)$. Ⓑ $\overrightarrow{OM_2} = 4$. Ⓒ $\overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2} = (3;-4)$. Ⓓ $\overrightarrow{OM_1} = -3$.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. C	2. C	3. C	4. B	5. A	6. A	7. B	8. A	9. C	10. D
11. A	12. A	13. C	14. A	15. D	16. C	17. C	18. C	19. A	20. C

BÀI TẬP SỐ 3

⇒ **Câu 1.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $M(2;0);N(2;2);P(-1;3)$ lần lượt là trung điểm các cạnh BC,CA,AB của ΔABC . Tọa độ điểm B là:

- Ⓐ $B(1;1)$. Ⓑ $B(-1;1)$. Ⓒ $B(-1;-1)$. Ⓓ $B(1;-1)$.

⇒ **Câu 2.** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác MNP có $M(1;-1)$, $N(5;-3)$ và P là điểm thuộc trục Oy , trọng tâm G của tam giác MNP nằm trên trục Ox . Tọa độ điểm G là

- Ⓐ $(2;4)$. Ⓑ $(0;4)$. Ⓒ $(0;2)$. Ⓓ $(2;0)$.

⇒ **Câu 3.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-2;3)$, $B(0;4)$, $C(5;-4)$. Tọa độ đỉnh D là

- Ⓐ $(3;\sqrt{2})$. Ⓑ $(3;7)$. Ⓒ $(3;-5)$. Ⓓ $(\sqrt{7};2)$.

⇒ **Câu 4.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;4)$, $B(-4;2)$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng đi qua hai điểm A, B với trục hoành là

- Ⓐ $(0;9)$. Ⓑ $(9;0)$. Ⓒ $(-9;0)$. Ⓓ $(0;-9)$.

⇒ **Câu 5.** Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho hai điểm $A(1;-1)$, $B(2;4)$. Tìm tọa độ điểm M để tứ giác $OBMA$ là một hình bình hành.

- Ⓐ $M(3;3)$. Ⓑ $M(-3;-3)$. Ⓒ $M(3;-3)$. Ⓓ $M(-3;3)$.

⇒ **Câu 6.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2;1);B(0;-3);C(3;1)$. Tìm tọa độ điểm D để $ABCD$ là hình bình hành.

- Ⓐ $D(5;-2)$. Ⓑ $D(5;-4)$. Ⓒ $D(5;5)$. Ⓓ $D(-1;-4)$.

⇒ **Câu 7.** Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(2;1)$, $B(-1;2)$, $C(3;0)$. Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành khi tọa độ E là cặp số nào sau đây?

- Ⓐ $(0;1)$. Ⓑ $(6;-1)$. Ⓒ $(1;6)$. Ⓓ $(6;1)$.

⇒ **Câu 8.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(2;5)$, $B(1;1)$, $C(3;3)$, một điểm E thỏa mãn $\vec{AE} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC}$. Tọa độ của E là

- Ⓐ $(-3;3)$. Ⓑ $(3;-3)$. Ⓒ $(-3;-3)$. Ⓓ $(-2;-3)$.

⇒ **Câu 9.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(-3;1)$, $B(1;4)$, $C(5;3)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- Ⓐ $D(-1;0)$. Ⓑ $D(1;0)$. Ⓒ $D(0;-1)$. Ⓓ $D(0;1)$.

⇒ **Câu 10.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trọng tâm $G\left(\frac{2}{3}; 0\right)$, biết $M(1;-1)$ là trung điểm của cạnh BC . Tọa độ đỉnh A là

- Ⓐ $(2;0)$. Ⓑ $(-2;0)$. Ⓒ $(0;-2)$. Ⓓ $(0;2)$.

⇒ **Câu 11.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(2;3)$, $B(-2;1)$. Điểm C thuộc tia Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C có tọa độ là:

- Ⓐ $C(3;0)$. Ⓑ $C(-3;0)$. Ⓒ $C(-1;0)$. Ⓓ $C(2;0)$.

⇒ **Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có: $A(-3;3)$, $B(1;4)$, $C(2;-5)$. Tọa độ điểm M thỏa mãn $2\vec{MA} - \vec{BC} = 4\vec{CM}$ là:

- Ⓐ $M\left(\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. Ⓑ $M\left(\frac{1}{6}; \frac{5}{6}\right)$. Ⓒ $M\left(-\frac{1}{6}; -\frac{5}{6}\right)$. Ⓓ $M\left(\frac{5}{6}; -\frac{1}{6}\right)$.

⇒ **Câu 13.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;1)$, $B(1;-3)$. Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường chéo hình bình hành $OABC$.

- Ⓐ $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. Ⓑ $I\left(\frac{5}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Ⓒ $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ $I(2;6)$.

⇒ **Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho bốn điểm $A(3;-5)$, $B(-3;3)$, $C(-1;-2)$, $D(5;-10)$. Hỏi $G\left(\frac{1}{3}; -3\right)$ là trọng tâm của tam giác nào dưới đây?

- Ⓐ $M(1;0)$. Ⓑ $M(4;0)$. Ⓒ $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$. Ⓓ $M\left(-\frac{5}{3}; 0\right)$.

☞ **Câu 15.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(1;3), B(4;0), C(2;-5)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} = \vec{0}$

- Ⓐ $M(1;18)$. Ⓑ $M(-1;18)$. Ⓒ $M(-18;1)$. Ⓓ $M(1;-18)$.

☞ **Câu 16.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(2;5); B(1;1); C(3;3)$. Tìm điểm E thuộc mặt phẳng tọa độ thỏa mãn $\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$?

- Ⓐ $E(3;-3)$. Ⓑ $E(-3;3)$. Ⓒ $E(-3;-3)$. Ⓓ $E(-2;-3)$.

☞ **Câu 17.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $A(2;1); B(6;-1)$. Tìm điểm M trên Ox sao cho A, B, M thẳng hàng.

- Ⓐ $M(2;0)$. Ⓑ $M(4;0)$. Ⓒ $M(8;0)$. Ⓓ $M(-4;0)$.

☞ **Câu 18.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(3;4), B(2;1), C(-1;-2)$. Tìm điểm M có tung độ dương trên đường thẳng BC sao cho $S_{ABC} = 3S_{ABM}$.

- Ⓐ $M(2;2)$. Ⓑ $M(-3;2)$. Ⓒ $M(3;2)$. Ⓓ $M(3;3)$.

☞ **Câu 19.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(-1;-1), B(0;1), C(3;0)$. Xác định tọa độ giao điểm I của AD và BG với D thuộc BC và $2BD = 5DC$, G là trọng tâm ΔABC

- Ⓐ $I\left(\frac{5}{9}; 1\right)$. Ⓑ $I\left(\frac{1}{9}; 1\right)$. Ⓒ $I\left(\frac{35}{9}; 1\right)$. Ⓓ $I\left(\frac{35}{9}; 2\right)$.

☞ **Câu 20.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(-1; 2), B(2; 0), C(-3; 1)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp I của tam giác ABC là

- Ⓐ $I\left(\frac{11}{14}; \frac{13}{14}\right)$. Ⓑ $I\left(-\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$. Ⓒ $I\left(\frac{11}{14}; -\frac{13}{14}\right)$. Ⓓ $I\left(-\frac{11}{14}; \frac{13}{14}\right)$.

📖 **BẢNG ĐÁP ÁN** 📖

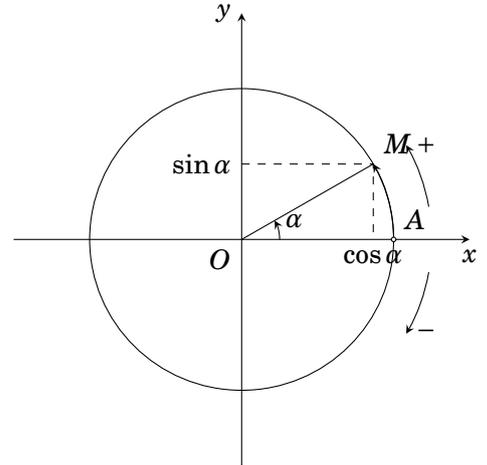
1. B	2. D	3. C	4. C	5. A	6. C	7. B	8. C	9. B	10. D
11. C	12. A	13. C	14. C	15. D	16. B	17. B	18. C	19. C	20. B

CHỦ ĐỀ 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC BẤT KÌ

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Giá trị lượng giác của (góc) cung lượng giác:
Cho $(OA, OM) = \alpha$. Giả sử $M(x; y)$.

$$\begin{cases} \cos \alpha = x = \overline{OH} \\ \sin \alpha = y = \overline{OK} \\ \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \overline{AT} \quad (\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi) \\ \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \overline{BS} \quad (\alpha \neq k\pi) \end{cases}$$



Nhận xét:

- $\forall \alpha, -1 \leq \cos \alpha \leq 1; -1 \leq \sin \alpha \leq 1$
- $\tan \alpha$ xác định khi $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$; $\cot \alpha$ xác định khi $\alpha \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$
- $\sin(\alpha + k2\pi) = \sin \alpha$; $\cos(\alpha + k2\pi) = \cos \alpha$.
- $\tan(\alpha + k\pi) = \tan \alpha$; $\cot(\alpha + k\pi) = \cot \alpha$.

2. Dấu của các giá trị lượng giác.
3. Giá trị lượng giác của các góc đặc biệt.
4. Hệ thức cơ bản.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad ; \quad \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 \quad ; \quad 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad ; \quad 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

5. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt.
6. Công thức lượng giác.

B DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Xét dấu của các giá trị lượng giác

Ví dụ 1. Xác định dấu của các biểu thức sau:

1. $A = \sin 50^\circ \cdot \cos(-300^\circ)$.

3. $C = \cot \frac{3\pi}{5} \cdot \sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)$.

2. $B = \sin 215^\circ \cdot \tan \frac{22\pi}{7}$.

4. $D = \cos \frac{4\pi}{5} \cdot \sin \frac{\pi}{3} \cdot \tan \frac{4\pi}{3} \cdot \cot \frac{9\pi}{5}$.

Phân tích hướng dẫn giải

Để xác định dấu của các giá trị lượng giác của một cung (góc) ta xác định điểm nhọn của cung (tia cuối của góc) thuộc góc phần tư nào và áp dụng bảng xét dấu các GTLG.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

$$1.A > 0 \quad ; \quad 2.B < 0 \quad ; \quad 3.C > 0 \quad ; \quad 4.D > 0$$

Dạng 2. Tính các giá trị lượng giác

Ví dụ 2. Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$, với $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Tính $\cos \alpha$.

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖❖

Ta có $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9}$. Mặt khác $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ nên $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Ví dụ 3. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính $\tan \alpha$?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖❖

Do $\cos \alpha < 0 \Rightarrow \tan \alpha < 0$.

Ta có: $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = \frac{5}{4} \Rightarrow \tan \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Ví dụ 4. Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖❖

$$E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{3(\tan^2 \alpha + 1) - 2}{1 + (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} = \frac{3 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{19}{13}$$

Dạng 3. Chứng minh, rút gọn các biểu thức lượng giác

Ví dụ 5. Rút gọn biểu thức sau $A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x}$

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖❖

$$A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x} = \frac{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x} - \cos^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\frac{\cos x}{\sin x}} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x \cdot \cos^2 x}{\cos^2 x} + \sin^2 x$$

$$= \frac{\cos^2 x (1 - \sin^2 x)}{\cos^2 x} + \sin^2 x = 1 - \sin^2 x + \sin^2 x = 1.$$

Ví dụ 6. Biểu thức $f(x) = 3(\sin^4x + \cos^4x) - 2(\sin^6x + \cos^6x)$ có giá trị bằng:

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

1. $\sin^4x + \cos^4x = (\sin^2x + \cos^2x)^2 - 2\sin^2x \cdot \cos^2x = 1 - 2\sin^2x \cos^2x.$
2. $\sin^6x + \cos^6x = (\sin^2x + \cos^2x)(\sin^4x - \sin^2x \cdot \cos^2x + \cos^4x) = 1 - 3\sin^2x \cos^2x.$
 $\Rightarrow f(x) = 3(1 - 2\sin^2x \cos^2x) - 2(1 - 3\sin^2x \cos^2x) = 1.$

Dạng 4. Xác định góc giữa hai véc-tơ, góc giữa hai đường thẳng

Ví dụ 7. Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (-1; 1); \vec{b} = (2; 0)$. Tính góc giữa hai vectơ \vec{a}, \vec{b} ?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Góc giữa hai véc-tơ \vec{a}, \vec{b} được tính bằng công thức:
 $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{-1 \cdot 2 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2}} = -\frac{2}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4}} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$

C BÀI TẬP TỰ LUẬN

Câu 1. Chứng minh rằng với mọi góc α bất kì từ 0° đến 180° ta luôn có: $\sin^2x + \cos^2x = 1$

Câu 2. Cho biểu thức: $P = \frac{4\cos \alpha + 5\sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$. Tìm giá trị của biểu thức P biết: $\tan \alpha = -2$.

Câu 3. Tính giá trị của các biểu thức sau:

- a. $A = \cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ.$
- b. $B = \tan 5^\circ \tan 10^\circ \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \tan 85^\circ.$
- c. $C = \cos 1^\circ \cdot \cos 2^\circ \cdot \cos 3^\circ \dots \cos 178^\circ \cdot \cos 179^\circ \cdot \cos 180^\circ.$

Câu 4. Tìm giá trị:

- a. $\sin x$ khi biết $\cos x = -\frac{1}{3}.$
- b. $\cos x$ khi biết $\sin x = 0,3.$
- c. $\cos x$ và $\sin x$ khi $\sin x - \cos x = \frac{2}{3}.$

Câu 5. Cho $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$). Tính $\tan \alpha$.

Câu 6. Cho $\sin x + \cos x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$ Tính:

- a. $\sin x \cdot \cos x.$
- b. $\sin^4x + \cos^4x.$
- c. $\sin^6x + \cos^6x.$

Câu 7. Biết $\tan \alpha + \cot \alpha = m$ Tính:

a. $\tan^2\alpha + \cot^2\alpha$.

b. $\tan^4\alpha + \cot^4\alpha$.

c. $\tan^6\alpha + \cot^6\alpha$.

☞ **Câu 8.** Chứng minh các biểu thức sau không phụ thuộc vào α, x :

a. $P = \cot^2 30^\circ (\sin^8\alpha - \cos^8\alpha) + 8 \cos 60^\circ (\sin^6\alpha - \cos^6\alpha) + 6 \cos^4(90^\circ - \alpha)$.

b. $Q = \left(\frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} \right) + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$.

☞ **Câu 9.** Rút gọn các biểu thức sau:

a. $A = 2(\sin^6\alpha + \cos^6\alpha) - 3(\sin^4\alpha - \cos^4\alpha)$.

b. $B = \frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x - \sin^2 x$.

c. $C = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$.

d. $D = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}} - \sqrt{2}$.

e. $E = \sin^2 54^\circ - 3 \sin^2 126^\circ + \sin^2 36^\circ + \cos^3 126^\circ - 3 \cos^2 126^\circ + \cos^3 36^\circ$.

☞ **Câu 10.** Chứng minh các đẳng thức sau:

a. $\tan^2 x \sin^2 x = \tan^2 x - \sin^2 x$.

b. $\frac{1 - \sin x}{\cos x} = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$.

c. $\frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x}$.

d. $\sqrt{\sin^4 x + 6 \cos^2 x + 3 \cos^4 x} + \sqrt{\cos^4 x + 6 \sin^2 x + 3 \sin^4 x} = 4$.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

☞ **Câu 1.** Cho góc $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

(A) $\sin \alpha$ và $\cot \alpha$ cùng dấu.

(B) Tích $\sin \alpha \cdot \cot \alpha$ mang dấu âm.

(C) Tích $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ mang dấu dương.

(D) $\sin \alpha$ và $\tan \alpha$ cùng dấu.

☞ **Câu 2.** Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

(A) $\tan(90^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

(B) $\cot(90^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$.

(C) $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$.

(D) $\sin(90^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$.

☞ **Câu 3.** Đẳng thức nào sau đây ĐÚNG?

(A) $\cos(180^\circ + \alpha) = -\cos \alpha$.

(B) $\tan(180^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$.

(C) $\sin(180^\circ + \alpha) = \sin \alpha$.

(D) $\cot(180^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$.

☞ **Câu 4.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào ĐÚNG?

(A) $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

(B) $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.

(C) $\cos(180^\circ - \alpha) = \cos \alpha$.

(D) $\tan(180^\circ - \alpha) = \tan \alpha$.

☞ **Câu 5.** Cho α và β là hai góc khác nhau và bù nhau, trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào SAI ?

(A) $\sin \alpha = \sin \beta$.

(B) $\cot \alpha = \cot \beta$.

(C) $\cos \alpha = -\cos \beta$.

(D) $\tan \alpha = -\tan \beta$.

☞ **Câu 6.** Cho góc α tù. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

(A) $\sin \alpha < 0$.

(B) $\cot \alpha < 0$.

(C) $\cos \alpha > 0$.

(D) $\tan \alpha > 0$.

☞ **Câu 7.** Hai góc nhọn α và β phụ nhau, hệ thức nào sau đây là SAI ?

(A) $\sin \alpha = \cos \beta$.

(B) $\tan \alpha = \cot \beta$.

(C) $\cot \beta = \frac{1}{\cot \alpha}$.

(D) $\cos \alpha = -\sin \beta$.

☞ **Câu 8.** Cho hai góc nhọn α và β ($\alpha < \beta$). Khẳng định nào sau đây là SAI ?

(A) $\cos \alpha < \cos \beta$.

(B) $\sin \alpha < \sin \beta$.

(C) $\tan \alpha + \tan \beta > 0$.

(D) $\cot \alpha > \cot \beta$.

☞ **Câu 9.** Giá trị $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu nếu $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$?

(A) $\pm \frac{\sqrt{5}}{5}$.

(B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

(C) $-\frac{\sqrt{5}}{5}$.

(D) $-\frac{1}{3}$.

☞ **Câu 10.** Nếu $\tan \alpha = 3$ thì $\cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- (A) $-\frac{\sqrt{10}}{10}$. (B) $\frac{1}{3}$. (C) $\pm \frac{\sqrt{10}}{10}$. (D) $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

☞ **Câu 11.** Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{5}{13}$. Giá trị của biểu thức $3\sin \alpha + 2\cos \alpha$ là

- (A) $\frac{9}{13}$. (B) $-\frac{9}{13}$. (C) 3. (D) -3.

☞ **Câu 12.** Biết $\cot \alpha = -a, a > 0$. Tính $\cos \alpha$

- (A) $\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$. (B) $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$. (C) $\cos \alpha = -\frac{1}{\sqrt{1+a^2}}$. (D) $\cos \alpha = -\frac{a}{\sqrt{1+a^2}}$.

☞ **Câu 13.** Cho $\cos x = \frac{1}{2}$. Tính biểu thức $P = 3\sin^2 x + 4\cos^2 x$

- (A) $\frac{13}{4}$. (B) $\frac{7}{4}$. (C) $\frac{11}{4}$. (D) $\frac{15}{4}$.

☞ **Câu 14.** Cho α là góc tù và $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. Giá trị của biểu thức $A = 2\sin \alpha - \cos \alpha$ bằng

- (A) $-\frac{7}{5}$. (B) $\frac{7}{5}$. (C) $\frac{11}{5}$. (D) 1.

☞ **Câu 15.** Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, với $90^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$. Tính giá trị của $M = \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha}$

- (A) $M = \frac{25}{27}$. (B) $M = \frac{175}{27}$. (C) $M = \frac{35}{27}$. (D) $M = -\frac{25}{27}$.

☞ **Câu 16.** Cho biết $\cot \alpha = 5$. Tính giá trị của $E = 2\cos^2 \alpha + 5\sin \alpha \cos \alpha + 1$?

- (A) $\frac{10}{26}$. (B) $\frac{100}{26}$. (C) $\frac{50}{26}$. (D) $\frac{101}{26}$.

☞ **Câu 17.** Cho $\cot \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị của biểu thức $A = \frac{3\sin \alpha + 4\cos \alpha}{2\sin \alpha - 5\cos \alpha}$ là:

- (A) $-\frac{15}{13}$. (B) -13. (C) $\frac{15}{13}$. (D) 13.

☞ **Câu 18.** Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $E = \frac{\cot \alpha - 3\tan \alpha}{2\cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

- (A) $-\frac{25}{3}$. (B) $-\frac{11}{13}$. (C) $-\frac{11}{3}$. (D) $-\frac{25}{13}$.

☞ **Câu 19.** Biết $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Giá trị đúng của biểu thức $P = \sin^2 \alpha + 3\cos^2 \alpha$ là:

- (A) $\frac{11}{9}$. (B) $\frac{4}{3}$. (C) $\frac{1}{3}$. (D) $\frac{10}{9}$.

☞ BẢNG ĐÁP ÁN ☞

1. B	2. C	3. A	4. A	5. B	6. B	7. D	8. B	9. A	10. C
11. B	12. D	13. A	14. C	15. D	16. D	17. D	18. C	19. A	

BÀI TẬP SỐ 2

☞ **Câu 1.** Đẳng thức nào sau đây là SAI ?

- (A) $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2 = 2, \forall x.$ (B) $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x, \forall x \neq 90^\circ.$
 (C) $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2\sin^2 x \cos^2 x, \forall x.$ (D) $\sin^6 x - \cos^6 x = 1 - 3\sin^2 x \cos^2 x, \forall x.$

☞ **Câu 2.** Đẳng thức nào sau đây là SAI ?

- (A) $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x} (x \neq 0^\circ, x \neq 180^\circ).$ (B) $\tan x + \cot x = \frac{1}{\sin x \cos x} (x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ).$
 (C) $\tan^2 x + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} - 2 (x \neq 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ).$ (D) $\sin^2 2x + \cos^2 2x = 2.$

☞ **Câu 3.** Trong các hệ thức sau hệ thức nào ĐÚNG?

- (A) $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1.$ (B) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1.$ (C) $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1.$ (D) $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1.$

☞ **Câu 4.** Trong các hệ thức sau hệ thức nào ĐÚNG?

- (A) $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1.$ (B) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1.$ (C) $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1.$ (D) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$

☞ **Câu 5.** Biểu thức $(\cot a + \tan a)^2$ bằng

- (A) $\frac{1}{\sin^2 a} - \frac{1}{\cos^2 a}.$ (B) $\cot^2 a + \tan^2 a + 2.$ (C) $\frac{1}{\sin^2 a} + \frac{1}{\cos^2 a}.$ (D) $\cot^2 a \tan^2 a + 2.$

☞ **Câu 6.** Rút gọn biểu thức sau $A = (\tan x + \cot x)^2 - (\tan x - \cot x)^2$

- (A) $A = 4.$ (B) $A = 1.$ (C) $A = 2.$ (D) $A = 3.$

☞ **Câu 7.** Đơn giản biểu thức $G = (1 - \sin^2 x) \cot^2 x + 1 - \cot^2 x.$

- (A) $\sin^2 x.$ (B) $\cos^2 x.$ (C) $\frac{1}{\cos x}.$ (D) $\cos x.$

☞ **Câu 8.** Đơn giản biểu thức $E = \cot x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$ ta được

- (A) $\sin x.$ (B) $\frac{1}{\sin x}.$ (C) $\frac{1}{\cos x}.$ (D) $\cos x.$

☞ **Câu 9.** Khẳng định nào sau đây là SAI?

- (A) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$ (B) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\sin \alpha \neq 0).$
 (C) $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = -1 (\sin \alpha \cdot \cos \alpha \neq 0).$ (D) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} (\cos \alpha \neq 0).$

☞ **Câu 10.** Rút gọn biểu thức $P = \frac{1 - \sin^2 x}{2 \sin x \cdot \cos x}$ ta được

- (A) $P = \frac{1}{2} \tan x.$ (B) $P = \frac{1}{2} \cot x.$ (C) $P = 2 \cot x.$ (D) $P = 2 \tan x.$

☞ **Câu 11.** Cho $\tan \alpha - \cot \alpha = 3.$ Tính giá trị của biểu thức sau: $A = \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha.$

- (A) $A = 12.$ (B) $A = 13.$ (C) $A = 11.$ (D) $A = 5.$

☞ **Câu 12.** Giá trị của biểu thức $A = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 88^\circ \tan 89^\circ$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

☞ **Câu 13.** Tổng $\sin^2 2^\circ + \sin^2 4^\circ + \sin^2 6^\circ + \dots + \sin^2 84^\circ + \sin^2 86^\circ + \sin^2 88^\circ$ bằng

- (A) 21. (B) 23. (C) 22. (D) 24.

☞ **Câu 14.** Biết $\sin a + \cos a = \sqrt{2}.$ Hỏi giá trị của $\sin^4 a + \cos^4 a$ bằng bao nhiêu?

- (A) $\frac{3}{2}.$ (B) $\frac{1}{2}.$ (C) -1. (D) 0.

☞ **Câu 15.** Biểu thức: $f(x) = \cos^4 x + \cos^2 x \sin^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng

- (A) -1. (B) -2. (C) 2. (D) 1.

☞ **Câu 16.** Biểu thức $\tan^2 x \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x$ có giá trị bằng

- (A) -1. (B) 0. (C) 2. (D) 1.

☞ **Câu 17.** Giá trị của $A = \tan 5^\circ \cdot \tan 10^\circ \cdot \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \cdot \tan 85^\circ$ là

- (A) 1. (B) 2. (C) 0. (D) -1.

- Câu 18.** Giá trị của $B = \cos^2 73^\circ + \cos^2 87^\circ + \cos^2 3^\circ + \cos^2 17^\circ$ là
 (A) $\sqrt{2}$. (B) 2. (C) -2. (D) 1.
- Câu 19.** Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Tìm m để $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7$.
 (A) $m = 9$. (B) $m = 3$. (C) $m = -3$. (D) $m = \pm 3$.
- Câu 20.** Cho $\sin x + \cos x = m$. Tính theo m giá trị của $M = \sin x \cdot \cos x$.
 (A) $m^2 - 1$. (B) $\frac{m^2 + 1}{2}$. (C) $\frac{m^2 - 1}{2}$. (D) $m^2 + 1$.

▣ BẢNG ĐÁP ÁN ▣

1. D	2. D	3. C	4. D	5. C	6. A	7. A	8. B	9. C	10. B
11. C	12. B	13. C	14. B	15. D	16. B	17. A	18. B	19. D	20. C

CHỦ ĐỀ 2. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTO

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Góc giữa hai vectơ

• Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác vectơ $\vec{0}$. Từ điểm O bất kì, ta vẽ các vectơ $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Khi đó \widehat{AOB} được gọi là góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Kí hiệu là (\vec{a}, \vec{b}) .

• $(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

2. Định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ

Tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là một số.

Kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b}$, được xác định bởi công thức $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

3. Tính chất của tích vô hướng:

• Với mọi vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ và mọi số thực k , ta có:

1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (Tính chất giao hoán).

2) $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b})$.

3) $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ (Tính chất phân phối đối với phép cộng)

$\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c}$ (Tính chất phân phối đối với phép trừ).

4) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$.

5) Bình phương vô hướng:

Bình phương vô hướng của một vectơ bằng bình phương độ dài của vectơ đó: $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$.

• Các hằng đẳng thức về bình phương vô hướng:

$(\vec{a} + \vec{b})^2 = \vec{a}^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$; $(\vec{a} - \vec{b})^2 = \vec{a}^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2$; $\vec{a}^2 - \vec{b}^2 = (\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$.

6) Công thức hình chiếu:

Cho $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng tích vô hướng của \vec{a} với $\overrightarrow{OB'} = \vec{b}'$ là hình chiếu của \vec{b} lên \vec{a} :

$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{b}'$ hay $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}'$.

• **Chú ý:** Cho đường tròn (O) và một điểm M . Dựng cát tuyến MAB với (O) , ta định nghĩa: Phương tích của điểm M đối với đường tròn (O) , kí hiệu là $P_{M/(O)}$ là số được xác định bởi biểu thức:

$P_{M/(O)} = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = d^2 - R^2$ ($d = MO$);

Nếu M nằm ngoài đường tròn (O) và MT là tiếp tuyến của (O) thì $P_{M/(O)} = \overrightarrow{MT}^2 = MT^2$.

4. Biểu thức tọa độ của tích vô hướng: Trong mặt phẳng Oxy , cho $\vec{a} = (x; y)$ và $\vec{b} = (x'; y')$. Khi đó:

a) $\vec{a} \cdot \vec{b} = xx' + yy'$

b) $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$

c) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{xx' + yy'}{\sqrt{x^2 + y^2} \sqrt{x'^2 + y'^2}}$ ($\vec{a} \neq \vec{0}, \vec{b} \neq \vec{0}$)

d) Khoảng cách giữa hai điểm $M(x_M; y_M)$ và $N(x_N; y_N)$: $MN = |\overrightarrow{MN}| = \sqrt{(x_N - x_M)^2 + (y_N - y_M)^2}$

e) $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow xx' + yy' = 0$.

B DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tích vô hướng của hai véc-tơ

Ví dụ 1. Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $AB = AC = a$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$; $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$.

Phân tích hướng dẫn giải

LỜI GIẢI CHI TIẾT

$$AB \perp AC \Rightarrow \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 0 ; \vec{AC} \cdot \vec{CB} = -\vec{CA} \cdot \vec{CB} = -CA \cdot CB \cdot \cos 45^\circ = -a^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = -a^2.$$

Dạng 2. Chứng minh đẳng thức về tích vô hướng hoặc độ dài

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC . và M là một điểm bất kỳ:

1. Chứng minh rằng $\vec{MA} \cdot \vec{BC} + \vec{MB} \cdot \vec{CA} + \vec{MC} \cdot \vec{AB} = 0$.
2. Gọi G là trọng tâm tam giác chứng minh: $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$.
3. Chứng minh: $GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$ với $a; b; c$ là độ dài 3 cạnh của tam giác.

Phân tích hướng dẫn giải

LỜI GIẢI CHI TIẾT

$$1. \vec{VT} = \vec{MA} \cdot (\vec{MC} - \vec{MB}) + \vec{MB} \cdot (\vec{MA} - \vec{MC}) + \vec{MC} \cdot (\vec{MB} - \vec{MA}) \\ = \vec{MA} \cdot \vec{MC} - \vec{MA} \cdot \vec{MB} + \vec{MB} \cdot \vec{MA} - \vec{MB} \cdot \vec{MC} + \vec{MC} \cdot \vec{MB} - \vec{MC} \cdot \vec{MA} = 0.$$

$$2. MA^2 = \vec{MA}^2 = (\vec{MG} + \vec{GA})^2 = MG^2 + GA^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GA}$$

$$MB^2 = \vec{MB}^2 = (\vec{MG} + \vec{GB})^2 = MG^2 + GB^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GB}$$

$$MC^2 = \vec{MC}^2 = (\vec{MG} + \vec{GC})^2 = MG^2 + GC^2 + 2\vec{MG} \cdot \vec{GC}$$

$$\text{Vậy } \vec{VT} = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2(\vec{MG} \cdot \vec{GA} + \vec{MG} \cdot \vec{GB} + \vec{MG} \cdot \vec{GC}) \\ = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2 + 2\vec{MG} \cdot (\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC}) = 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$$

$$3. M \equiv A \Rightarrow AB^2 + AC^2 = 4GA^2 + GB^2 + GC^2$$

$$M \equiv B \Rightarrow BA^2 + BC^2 = 4GB^2 + GA^2 + GC^2$$

$$M \equiv C \Rightarrow CB^2 + AC^2 = 4GC^2 + GB^2 + GA^2$$

$$\text{Vậy } 6(GA^2 + GB^2 + GC^2) = 2(a^2 + b^2 + c^2) \Rightarrow GA^2 + GB^2 + GC^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2)$$

Ví dụ 3. Trong mp (Oxy) cho tam giác ABC với $A(1;5); B(3;1); C(6;0)$. Xác định hình dạng của tam giác ABC . Tính diện tích tam giác ABC .

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có: $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-5)^2} = \sqrt{40}$; $BC = \sqrt{(6-3)^2 + (0+1)^2} = \sqrt{10}$; $CA = \sqrt{(1-6)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{50}$
 $CA^2 = 50$; $AB^2 + BC^2 = 40 + 10 = 50 = CA^2 \Rightarrow CA^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B .
 $\Rightarrow S = \frac{1}{2}BA \cdot BC = 10$ (đvdt).

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC với $A(1;3); B(3;5); C(2;2)$. Xác định hình dạng của tam giác ABC . Tính diện tích của tam giác ABC và chiều cao kẻ từ A .

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

Ta có: $AB = \sqrt{20}$; $BC = \sqrt{10}$; $CA = \sqrt{10} \Rightarrow AB = \sqrt{2} \cdot BC \Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại A .
 $\Rightarrow S = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10} = 5$.

Ví dụ 5. Trong mp (Oxy) cho $A(4;0); B(2;2\sqrt{3})$. Chứng minh tam giác OAB đều và tìm trực tâm của tam giác OAB .

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ LỜI GIẢI CHI TIẾT ❖❖❖

$OA = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4$; $OB = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4$; $AB = \sqrt{(2-4)^2 + (2\sqrt{3}-0)^2} = 4$.
 $\Rightarrow OA = OB = AB = 4 \Rightarrow \Delta OAB$ đều.

Trực tâm H của tam giác OAB cũng là trọng tâm của tam giác $OAB \Rightarrow H\left(2; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

📁 Dạng 3. Các bài toán tập hợp điểm

Ví dụ 6. Trong mp (Oxy) cho tam giác ABC với $A(5;4); B(2;7); C(2;1)$.

- Tìm trọng tâm G , trực tâm H và tâm I đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- Chứng minh $I;G;H$ thẳng hàng.

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

a) Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC \Rightarrow G\left(\frac{5+2+2}{3}; \frac{4+7+1}{3}\right) = G\left(\frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$

Gọi $H(x;y)$ là trực tâm tam giác ABC . Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} = (x-5; y-4); \overrightarrow{BC} = (-4; -8) \Rightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = -4(x-5) - 8(y-4) = -4x - 8y + 52 \\ \overrightarrow{BH} = (x-2; y-7); \overrightarrow{CA} = (7; 5) \Rightarrow \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{CA} = 7(x-2) + 5(y-7) = 7x + 5y - 49 \end{cases}$$

$$H \text{ là trực tâm tam giác } ABC \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 8y = 52 \\ 7x + 5y = 49 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{11}{3} \\ y = \frac{14}{3} \end{cases} \Rightarrow H\left(\frac{11}{3}; \frac{14}{3}\right).$$

Gọi $I(x;y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-5)^2 + (y-4)^2 = (x-2)^2 + (y-7)^2 \\ (x-5)^2 + (y-4)^2 = (x+2)^2 + (y+1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x + 6y = 12 \\ -14x - 10y = -36 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{2}{3}; \frac{8}{3}\right)$$

b) $\overrightarrow{IG} = \left(1; \frac{2}{3}\right); \overrightarrow{IH} = (3; 2) = 3\left(1; \frac{2}{3}\right) = 3\overrightarrow{IG} \Rightarrow I;G;H$ thẳng hàng.

Ví dụ 7. Trong mp (Oxy) cho tam giác ABC với $A(1; 5); B(3;1); C(6;0)$. Tìm chân đường cao B' kẻ từ B lên CA .

Phân tích hướng dẫn giải

🔗🔗🔗 LỜI GIẢI CHI TIẾT 🔗🔗🔗

Gọi $B'(x;y) \Rightarrow \overrightarrow{BB'} = (x-3; y+1); \overrightarrow{CA} = (-5; 5); \overrightarrow{AB'} = (x-1; y-5)$ B' là chân đường cao kẻ từ B lên AC

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{BB'} \cdot \overrightarrow{CA} = 0 \\ \overrightarrow{AB'} = t \cdot \overrightarrow{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5(x-3) + 5(y+1) = 0 \\ x-1 = -5t \\ y-5 = 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x+y = -4 \\ x = 1-5t \\ y = 5+5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{4}{5} \\ x = 5 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow B'(5;1)$$

Ví dụ 8. Trong mp (Oxy) cho tam giác ABC với $A(0;3); B(2;2); C(6;1)$. Tính số đo của góc A .

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Ta có: $\vec{AB} = (2; -1) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + (-1)^2} = \sqrt{5}$; $\vec{AC} = (-6; -2) \Rightarrow AC = \sqrt{(-6)^2 + (-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

Khi đó: $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 2 \cdot (-6) + (-1) \cdot (-2) = -12 + 2 = -10$

$$\Rightarrow \cos A = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{-10}{2 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow A = 135^\circ.$$

BÀI TẬP TỰ LUẬN

➤ **Câu 1.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$; $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

➤ **Câu 2.** Cho tam giác ABC vuông tại C có $AC = 9$ và $BC = 5$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

➤ **Câu 3.** Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$; $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$; $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

➤ **Câu 4.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A , có $AB = AC = a$, đường cao AH . Tính

a. $\vec{AH} \cdot \vec{BC}$.

b. $\vec{AH} \cdot \vec{BA}$.

➤ **Câu 5.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a . Tính

a. $\vec{AC} \cdot (\vec{AD} + \vec{AB})$.

b. $(\vec{AD} + \vec{AB}) \cdot (\vec{BD} + \vec{BC})$.

c. $(\vec{AC} - \vec{AB}) \cdot (2\vec{AD} - \vec{AB})$.

➤ **Câu 6.** Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh huyền $BC = a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của BC biết $\vec{AM} \cdot \vec{BC} = \frac{a^2}{2}$. Tính AB và AC .

➤ **Câu 7.** Cho tam giác ABC với $A(1;0); B(2;1); C(0;3)$. Xác định hình dạng của tam giác ABC . Tìm Tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

➤ **Câu 8.** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC với $A(0;2); B(m;0); C(m+3;1)$. Định m để tam giác ABC vuông tại A .

➤ **Câu 9.** Cho tam giác ABC biết $A(1;3); B(3;2); C(4;1)$. Chứng minh tam giác ABC vuông từ đó suy ra khoảng cách từ C đến AB .

➤ **Câu 10.** Trong mp Oxy cho 2 điểm $A(2;4); B(1;1)$. Tìm điểm C sao cho tam giác ABC vuông cân tại B .

➤ **Câu 11.** Cho 2 điểm $A(2;1); B(2;1)$. Tìm điểm M biết tung độ là 2 và tam giác ABM vuông tại C .

➤ **Câu 12.** Cho tứ giác $ABCD$ với $A(3;4); B(4;1); C(2;-3); D(1;6)$. Chứng minh tứ giác $ABCD$ nội tiếp được trong một đường tròn.

➤ **Câu 13.** Cho tứ giác $ABCD$:

a. Chứng minh rằng $AB^2 - BC^2 + CD^2 - DA^2 = 2\vec{AC} \cdot \vec{DB}$.

b. Chứng minh điều kiện cần và đủ để $ABCD$ có 2 đường chéo vuông góc là: $AB^2 + CD^2 = BC^2 + AD^2$.

➤ **Câu 14.** Cho tam giác ABC cân tại A . Gọi H là trung điểm của BC , và D là hình chiếu của H trên AC , M là trung điểm của HD . Chứng minh rằng $AM \perp BD$.

➤ **Câu 15.** Cho hình vuông $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm BC và CD . Chứng minh: $AN \perp DM$.

➤ **Câu 16.** Cho hình chữ nhật $ABCD$. Gọi K là hình chiếu vuông góc của B trên AC , M và N lần lượt là trung điểm của AK và DC . Chứng minh rằng: $BM \perp MN$.

⇒ **Câu 17.** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và $B, AB = h$, cạnh đáy $AD = a, BC = b$. Tìm điều kiện giữa a, b và h để

a. $AC \perp BD$.

b. $IA \perp IB$ với I là trung điểm CD .

⇒ **Câu 18.** Cho tam giác ABC . Tìm quỹ tích những điểm M thỏa mãn:

a. $\vec{AB} \cdot \vec{AM} = \vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

d. $(\vec{MA} + \vec{MB}) \cdot (\vec{MA} + \vec{MC}) = 0$.

b. $MA^2 + \vec{MA} \cdot \vec{MB} + \vec{MA} \cdot \vec{MC} = 0$.

c. $MA^2 = \vec{MC} \cdot \vec{MA}$.

e. $(\vec{MA} - \vec{MB}) \cdot (2\vec{MB} - \vec{MC}) = 0$.

⇒ **Câu 19.** Cho điểm A cố định nằm ngoài đường thẳng Δ, H là hình chiếu của A trên Δ . Với mỗi điểm M trên Δ , ta lấy điểm N trên tia AM sao cho $\vec{AN} \cdot \vec{AM} = AH^2$. Tìm quỹ tích các điểm N .

⇒ **Câu 20.** Cho ΔABC có M là điểm tùy ý. Tìm vị trí điểm M trong các trường hợp sau:

a. $MA^2 + MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

b. M thuộc đường tròn ngoại tiếp ΔABC và $MA^2 + 3MB^2 - MC^2$ đạt giá trị lớn nhất.

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

⇒ **Câu 1.** Cho hai vectơ $\vec{u} = (2; -1), \vec{v} = (-3; 4)$. Tích $\vec{u} \cdot \vec{v}$ là

(A) -10.

(B) 11.

(C) 5.

(D) -2.

⇒ **Câu 2.** Cho $A(0; 3); B(4; 0); C(-2; -5)$. Tính $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$.

(A) 16.

(B) -9.

(C) 9.

(D) -10.

⇒ **Câu 3.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}; \vec{v} = (2; -1)$. Tính biểu thức tọa độ của $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

(A) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1$.

(B) $\vec{u} \cdot \vec{v} = (2; -3)$.

(C) $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$.

(D) $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5\sqrt{2}$.

⇒ **Câu 4.** Cho hai vectơ \vec{a} và $\vec{b}, (\neq \vec{0})$. Khẳng định nào sau đây ĐÚNG?

(A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

(B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

(D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

⇒ **Câu 5.** Cho tam giác đều ABC có cạnh bằng $4a$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{AB} và \vec{AC} là

(A) $8a$.

(B) $8a^2$.

(C) $8\sqrt{3}a^2$.

(D) $8\sqrt{3}a$.

⇒ **Câu 6.** Cho hình vuông $ABCD$ có cạnh a Tính $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$.

(A) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = a$.

(B) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = \frac{a^2}{2}$.

(C) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 0$.

(D) $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = a^2$.

⇒ **Câu 7.** Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 90^\circ, \hat{B} = 60^\circ$ và $AB = a$. Khi đó $\vec{AC} \cdot \vec{CB}$ bằng

(A) $-2a^2$.

(B) $2a^2$.

(C) $-3a^2$.

(D) $3a^2$.

⇒ **Câu 8.** Cho tam giác ABC đều cạnh bằng a . Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$.

(A) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

(B) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{-a^2}{2}$.

(C) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$.

(D) $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = \frac{a^2}{2}$.

⇒ **Câu 9.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a; AC = a\sqrt{3}$ và AM là trung tuyến. Tính tích vô hướng $\vec{BA} \cdot \vec{AM}$

(A) $\frac{a^2}{2}$.

(B) a^2 .

(C) $-\frac{a^2}{2}$.

(D) $-a^2$.

⇒ **Câu 10.** Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2, AD = 1, \widehat{BAD} = 60^\circ$. Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AD}$ bằng

(A) -1.

(B) 1.

(C) $-\frac{1}{2}$.

(D) $\frac{1}{2}$.

- ☞ **Câu 11.** Cho hình bình hành $ABCD$, với $AB = 2, AD = 1, \widehat{BAD} = 60^\circ$. Độ dài đường chéo AC bằng
 (A) $\sqrt{5}$. (B) $\frac{7}{2}$. (C) $\sqrt{7}$. (D) 5.
- ☞ **Câu 12.** Cho ΔABC đều; $AB = 6$ và M là trung điểm của BC . Tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MA}$ bằng
 (A) -27. (B) 18. (C) 27. (D) -18.
- ☞ **Câu 13.** Cho tam giác ABC vuông tại $B, BC = a\sqrt{3}$. Tính $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{CB}$.
 (A) $3a^2$. (B) $-3a^2$. (C) $\frac{-a^2\sqrt{3}}{2}$. (D) $\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- ☞ **Câu 14.** Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Biết $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Tính $|\vec{a} + \vec{b}|$.
 (A) $\sqrt{13}$. (B) $\sqrt{11}$. (C) $\sqrt{12}$. (D) $\sqrt{14}$.
- ☞ **Câu 15.** Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và $D; AB = AD = a, CD = 2a$. Khi đó tích vô hướng $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ bằng
 (A) 0. (B) $-a^2$. (C) $\frac{3a^2}{2}$. (D) $\frac{-a^2}{2}$.
- ☞ **Câu 16.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a; BC = 2a$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.
 (A) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = a^2$. (B) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2}{2}$. (C) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2a^2$. (D) $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.
- ☞ **Câu 17.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 4$. Kết quả $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ bằng
 (A) 0. (B) $4\sqrt{2}$. (C) 16. (D) 4.
- ☞ **Câu 18.** Cho tam giác ABC vuông tại A có $\widehat{B} = 30^\circ, AC = 2$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính giá trị của biểu thức $P = \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$.
 (A) $P = 2\sqrt{3}$. (B) $P = 2$. (C) $P = -2$. (D) $P = -2\sqrt{3}$.
- ☞ **Câu 19.** Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2a, AD = 3a, \widehat{BAD} = 60^\circ$. Điểm K thuộc AD thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = -2\overrightarrow{DK}$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{BK} \cdot \overrightarrow{AC}$
 (A) $3a^2$. (B) $6a^2$. (C) a^2 . (D) 0.
- ☞ **Câu 20.** Cho các véc tơ \vec{a}, \vec{b} và \vec{c} thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}| = x, |\vec{b}| = y$ và $|\vec{c}| = z$ và $\vec{a} + \vec{b} + 3\vec{c} = \vec{0}$.
 Tính $A = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$.
 (A) $A = \frac{3z^2 - x^2 - y^2}{2}$. (B) $A = \frac{3x^2 - z^2 + y^2}{2}$. (C) $A = \frac{3y^2 - x^2 - z^2}{2}$. (D) $A = \frac{3z^2 + x^2 + y^2}{2}$.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. A	2. B	3. C	4. D	5. B	6. C	7. C	8. B	9. C	10. B
11. C	12. A	13. B	14. A	15. B	16. A	17. C	18. C	19. C	20. A

BÀI TẬP SỐ 2

- ⇒ **Câu 1.** Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
- (A) $\alpha = 90^\circ$. (B) $\alpha = 180^\circ$. (C) $\alpha = 0^\circ$. (D) $\alpha = 45^\circ$.
- ⇒ **Câu 2.** Tam giác ABC có $A(1;2)$, $B(0;4)$, $C(3;1)$. Góc \widehat{BAC} của tam giác ABC gần với giá trị nào dưới đây?
- (A) 90° . (B) $36^\circ 52'$. (C) $143^\circ 7'$. (D) $53^\circ 7'$.
- ⇒ **Câu 3.** Cho hai vectơ \vec{a} , \vec{b} khác vectơ-không thỏa mãn $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Khi đó góc giữa hai vectơ \vec{a} , \vec{b} bằng:
- (A) $(\vec{a}; \vec{b}) = 45^\circ$. (B) $(\vec{a}; \vec{b}) = 0^\circ$. (C) $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$. (D) $(\vec{a}; \vec{b}) = 180^\circ$.
- ⇒ **Câu 4.** Cho hai vectơ \vec{a} , \vec{b} thỏa mãn: $|\vec{a}| = 4$; $|\vec{b}| = 3$; $|\vec{a} - \vec{b}| = 4$. Gọi α là góc giữa hai vectơ \vec{a} , \vec{b} . Chọn phát biểu ĐÚNG ?
- (A) $\cos \alpha = \frac{3}{8}$. (B) $\alpha = 60^\circ$. (C) $\alpha = 30^\circ$. (D) $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.
- ⇒ **Câu 5.** Cho hai vectơ $\vec{a} = (4;3)$ và $\vec{b} = (1;7)$. Số đo góc α giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng
- (A) 90° . (B) 60° . (C) 45° . (D) 30° .
- ⇒ **Câu 6.** Cho vectơ $\vec{a}(1; -2)$. Với giá trị nào của y thì vectơ $\vec{b} = (3; y)$ tạo với vectơ \vec{a} một góc 45°
- (A) $y = -9$. (B) $\begin{cases} y = -1 \\ y = 9 \end{cases}$. (C) $\begin{cases} y = 1 \\ y = -9 \end{cases}$. (D) $y = -1$.
- ⇒ **Câu 7.** Cho hai vectơ \vec{a} , \vec{b} sao cho $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 2$ và hai vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .
- (A) 120° . (B) 90° . (C) 60° . (D) 30° .
- ⇒ **Câu 8.** Tìm x để hai vectơ $\vec{a} = (x; 2)$ và $\vec{b} = (2; -3)$ có giá vuông góc với nhau.
- (A) -3 . (B) 0 . (C) 3 . (D) 2 .
- ⇒ **Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = (3; 4)$ và $\vec{v} = (-8; 6)$. Khẳng định nào ĐÚNG ?
- (A) $\vec{u} = -\vec{v}$. (B) $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.
(C) \vec{u} vuông góc với \vec{v} . (D) \vec{u} và \vec{v} cùng phương.
- ⇒ **Câu 10.** Cho tam giác ABC có $A(-1; 2)$, $B(0; 3)$, $C(5; -2)$. Tìm tọa độ chân đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC .
- (A) $(-3; 0)$. (B) $(3; 0)$. (C) $(0; -3)$. (D) $(0; 3)$.
- ⇒ **Câu 11.** Cho tam giác ABC có $A(-1; 0)$, $B(4; 0)$, $C(0; m)$, $m \neq 0$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Xác định m để tam giác GAB vuông tại G .
- (A) $m = -\sqrt{6}$. (B) $m = \pm 3\sqrt{6}$. (C) $m = 3\sqrt{6}$. (D) $m = \pm\sqrt{6}$.
- ⇒ **Câu 12.** Cho tam giác ABC có $A(1; -1)$, $B(3; -3)$, $C(6; 0)$. Diện tích ΔABC là
- (A) 6 . (B) $6\sqrt{2}$. (C) 12 . (D) 9 .
- ⇒ **Câu 13.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $B(-1; 3)$ và $C(3; 1)$. Tìm tọa độ điểm A sao cho tam giác ABC vuông cân tại A .
- (A) $A(0; 0)$ hoặc $A(2; -4)$. (B) $A(0; 0)$ hoặc $A(2; 4)$.
(C) $A(0; 0)$ hoặc $A(-2; -4)$. (D) $A(0; 0)$ hoặc $A(-2; 4)$.
- ⇒ **Câu 14.** Tìm bán kính đường tròn đi qua ba điểm $A(0; 4)$, $B(3; 4)$, $C(3; 0)$.
- (A) $\frac{\sqrt{10}}{2}$. (B) $\frac{5}{2}$. (C) 5 . (D) 3 .
- ⇒ **Câu 15.** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) cho tam giác ABC có $A(1; 0)$; $B(-1; 1)$; $C(5; -1)$. Tọa độ trực tâm H của tam giác ABC là
- (A) $H(-1; -9)$. (B) $H(-2; 5)$. (C) $H(3; 14)$. (D) $H(-8; -27)$.

☞ **Câu 16.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có $A(-1;1)$, $B(1;3)$ và trọng tâm là $G\left(-2;\frac{2}{3}\right)$.

Tìm tọa độ điểm M trên tia Oy sao cho tam giác MBC vuông tại M .

- (A) $M(0;3)$. (B) $M(0;4)$. (C) $M(0;-3)$. (D) $M(0;-4)$.

☞ **Câu 17.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC . Biết $A(3;-1)$, $B(-1;2)$ và $I(1;-1)$ là trọng tâm tam giác ABC . Trực tâm H của tam giác ABC có tọa độ $(a;b)$. Tính $a+3b$.

- (A) $a+3b = \frac{2}{3}$. (B) $a+3b = -\frac{4}{3}$. (C) $a+3b = 1$. (D) $a+3b = -2$.

☞ **Câu 18.** Cho hình thang vuông $ABCD$ có đường cao $AB = 2a$, các cạnh đáy $AD = a$ và $BC = 3a$. Gọi M là điểm trên đoạn AC sao cho $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AC}$. Tìm k để $BM \perp CD$

- (A) $\frac{4}{9}$. (B) $\frac{2}{5}$. (C) $\frac{3}{7}$. (D) $\frac{1}{3}$.

☞ **Câu 19.** Cho ba điểm A, B, C phân biệt. Tập hợp những điểm M mà $\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ là

- (A) Đường tròn đường kính AB . (B) Đường thẳng đi qua B và vuông góc với AC .
(C) Đường thẳng đi qua A và vuông góc với BC . (D) Đường thẳng đi qua C và vuông góc với AB .

☞ **Câu 20.** Cho tam giác ABC , điểm J thỏa mãn $\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{KJ}$, I là trung điểm của cạnh AB , điểm K thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$. Một điểm M thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $(3\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{AK}) \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) = 0$.

Tập hợp điểm M là đường nào trong các đường sau.

- (A) Đường trung trực đoạn JK . (B) Đường tròn đường kính JK .
(C) Đường tròn đường kính IK . (D) Đường tròn đường kính IJ .

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. B	2. C	3. D	4. A	5. C	6. D	7. B	8. C	9. C	10. D
11. B	12. A	13. B	14. B	15. D	16. C	17. A	18. B	19. C	20. B

BÀI TẬP SỐ 3

⇒ **Câu 1.** Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , cho $\overrightarrow{AB} = (6; 2)$. Tính $|\overrightarrow{AB}|$?

- (A) $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{10}$. (B) $|\overrightarrow{AB}| = 20$. (C) $AB = 4\sqrt{10}$. (D) $\overrightarrow{AB} = 2\sqrt{10}$.

⇒ **Câu 2.** Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = 4$. Tính $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$.

- (A) $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4$. (B) $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 4\sqrt{5}$. (C) $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 2$. (D) $|2\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| = 12$.

⇒ **Câu 3.** Cho hình thang vuông $ABCD$ vuông tại A, D ; $AB \parallel CD$; $AB = 2a$; $AD = DC = a$. O là trung điểm của AD . Độ dài vectơ tổng $\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ bằng

- (A) $\frac{a}{2}$. (B) $\frac{3a}{2}$. (C) $3a$. (D) a .

⇒ **Câu 4.** Cho ΔABC đều cạnh $2a$ với M là trung điểm BC . Khẳng định nào ĐÚNG ?

- (A) $\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC}$. (B) $|\overrightarrow{AM}| = a\sqrt{3}$. (C) $|\overrightarrow{AM}| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. (D) $\overrightarrow{AM} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

⇒ **Câu 5.** Cho hình thang $ABCD$ có hai đáy $AB = 2a$; $CD = 6a$ thì $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}| = ?$

- (A) $4a$. (B) $-4a$. (C) $8a$. (D) $2a$.

⇒ **Câu 6.** Cho tam giác vuông cân ABC với $AB = AC = a$. Khi đó $|\overrightarrow{2AB} + \overrightarrow{AC}|$ bằng

- (A) $a\sqrt{5}$. (B) $a\sqrt{3}$. (C) $5a$. (D) $2a$.

⇒ **Câu 7.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho bốn điểm $A(2; 1)$, $B(2; -1)$, $C(-2; -3)$, $D(-2; -1)$. Xét ba mệnh đề:

- I. $ABCD$ là hình thoi. II. $ABCD$ là hình bình hành. III. AC cắt BD tại $M(0; -1)$.

Chọn khẳng định ĐÚNG ?

- (A) Chỉ (I) đúng. (B) Chỉ (II) đúng.
(C) Chỉ (II) và (III) đúng. (D) Cả ba đều đúng.

⇒ **Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ΔABC có $A(-1; 4)$, $B(2; 5)$, $C(-2; 7)$. Hỏi tọa độ điểm I tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC là cặp số nào?

- (A) $(-2; 6)$. (B) $(0; 12)$. (C) $(0; 6)$. (D) $(2; 6)$.

⇒ **Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(1; -17)$; $B(-11; -25)$. Tìm tọa độ điểm C thuộc tia BA sao cho $BC = \sqrt{13}$.

- (A) $C(-14; -27)$. (B) $C(-14; -27)$ và $C(-8; -23)$.
(C) $C(-8; -23)$. (D) $C(14; 27)$ và $C(8; 23)$.

⇒ **Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho điểm $M(3; 1)$. Giả sử $A(a; 0)$ và $B(0; b)$ (với a, b là các số thực không âm) là hai điểm sao cho tam giác MAB vuông tại M và có diện tích nhỏ nhất. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + b^2$.

- (A) $T = 10$. (B) $T = 9$. (C) $T = 5$. (D) $T = 17$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. C	4. B	5. A	6. A	7. C	8. C	9. C	10. A
------	------	------	------	------	------	------	------	------	-------

CHỦ ĐỀ 3. HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

A KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Định lí hàm số cosin: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$; $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cdot \cos B$; $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$

2. Định lí hàm số sin: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

3. Định lí đường trung tuyến: $m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}$; $m_b^2 = \frac{2(a^2 + c^2) - b^2}{4}$; $m_c^2 = \frac{2(a^2 + b^2) - c^2}{4}$

4. Diện tích tam giác: $S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{abc}{4R} = pr$
 $= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (công thức Hê-rông)

Giải tam giác là tính các cạnh và các góc của tam giác khi biết một số yếu tố cho trước.

B DẠNG BÀI TẬP

Dạng 1. Tính toán các đại lượng trong tam giác

Ví dụ 1. Tam giác ABC có $\hat{B} = 135^\circ$, $BC = 3$, $AB = \sqrt{2}$. Tính độ dài cạnh AC .

Phân tích hướng dẫn giải

⇔⇔⇔ LỜI GIẢI CHI TIẾT ⇔⇔⇔

Theo định lí hàm cosin, suy ra

$$AC^2 = BA^2 + BC^2 - 2 \cdot BA \cdot BC \cdot \cos \hat{B} = 2 + 9 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \cos 135^\circ = 17.$$

Vậy $AC = \sqrt{17}$.

Ví dụ 2. Cho tam giác ABC có $a = 6$, $b = 4\sqrt{2}$, $c = 2$. M là điểm nằm trên cạnh BC sao cho $BM = 4$. Tính độ dài đoạn thẳng AM ?

Phân tích hướng dẫn giải

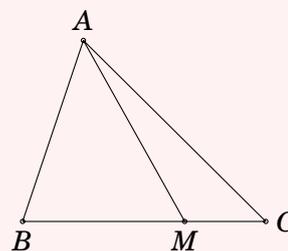
⇔⇔⇔ LỜI GIẢI CHI TIẾT ⇔⇔⇔

Theo định lí hàm cos ta có

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{36 + 4 - 32}{2 \cdot 6 \cdot 2} = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}.$$

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 - 2AB \cdot BM \cos B = 4 + 16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{3} = \frac{44}{3}$$

$$\Rightarrow AM = \frac{2\sqrt{33}}{3}.$$



☐ Dạng 2. Chứng minh các hệ thức

Ví dụ 3. Rút gọn biểu thức sau $A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x}$.

Phân tích hướng dẫn giải

⋄⋄⋄ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⋄⋄⋄

$$A = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x} = 1 - \frac{\cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x} = 1 - \sin^2 x + \sin^2 x = 1.$$

☐ Dạng 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế

Ví dụ 4. Cho tam giác ABC có $AB = 4, AC = 5, BC = 6$. Tính giá trị $\cos A$?

Phân tích hướng dẫn giải

⋄⋄⋄ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⋄⋄⋄

Theo hệ quả của định lí côsin, ta có $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{4^2 + 5^2 - 6^2}{2 \cdot 4 \cdot 5} = 0,125$.

Ví dụ 5. Cho tam giác ABC có $AB = 6, AC = 4, A = 120^\circ$. Tính độ dài cạnh BC ?

Phân tích hướng dẫn giải

⋄⋄⋄ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⋄⋄⋄

Theo định lí côsin, ta có
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ = 76$
 $\Rightarrow BC = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}$.

Ví dụ 6. Cho tam giác ABC có $a = 4, b = 6, c = 8$. Tính diện tích tam giác ABC ?

Phân tích hướng dẫn giải

⋄⋄⋄ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ⋄⋄⋄

Ta có $p = \frac{4+6+8}{2} = 9 \Rightarrow S = \sqrt{9(9-4)(9-6)(9-8)} = 3\sqrt{15}$.

Ví dụ 7. Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 20km/h, tàu thứ hai chạy với vận tốc 30km/h. Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

Phân tích hướng dẫn giải

❖❖❖ **LỜI GIẢI CHI TIẾT** ❖❖❖

Sau 3 giờ, tàu thứ nhất chạy được đoạn đường $AB = 3 \times 20 = 60\text{km}$, tàu thứ hai chạy được đoạn đường $AC = 3 \times 30 = 90\text{km}$.

Xét tam giác ABC , ta có $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos 60^\circ} = 30\sqrt{7}\text{km}$.

C BÀI TẬP TỰ LUẬN

📁 **Câu 1.** Chứng minh rằng trong tam giác ABC ta có:

a. $a = b \cdot \cos C + c \cdot \cos B$.

c. $h_a = 2R \sin B \sin C$.

e. $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 \cdot AC^2 - (\vec{AB} \cdot \vec{AC})^2}$.

b. $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$.

d. $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}(a^2 + b^2 + c^2)$.

📁 **Câu 2.** Cho tam giác ABC . Chứng minh rằng:

a. Nếu $b + c = 2a$ thì $\frac{2}{h_a} = \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c}$

b. Nếu $bc = a^2$ thì $\sin B \sin C = \sin^2 A$, $h_b h_c = h_a^2$

c. A vuông $\Leftrightarrow m_b^2 + m_c^2 = 5m_a^2$

📁 **Câu 3.** Cho tứ giác lồi $ABCD$, gọi α là góc hợp bởi hai đường chéo AC và BD .

a. Chứng minh diện tích S của tứ giác cho bởi công thức: $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin \alpha$.

b. Nêu kết quả trong trường hợp tứ giác có hai đường chéo vuông góc.

📁 **Câu 4.** Cho ΔABC vuông ở A , $BC = a$, đường cao AH .

a. Chứng minh $AH = a \cdot \sin B \cdot \cos B$, $BH = a \cdot \cos^2 B$, $CH = a \cdot \sin^2 B$.

b. Từ đó suy ra $AB^2 = BC \cdot BH$, $AH^2 = BH \cdot HC$.

📁 **Câu 5.** Cho ΔAOB cân đỉnh O , OH và OK là các đường cao. Đặt $OA = a$, $\widehat{AOH} = \alpha$.

a. Tính các cạnh của ΔOAK theo a và α .

b. Tính các cạnh của các tam giác ΔOHA và ΔAKB theo a và α .

c. Từ đó tính $\sin 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\tan 2\alpha$ theo $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$.

📁 **Câu 6.** Giải tam giác ABC , biết:

a. $c = 14$; $\widehat{A} = 60^\circ$; $\widehat{B} = 40^\circ$

c. $c = 35$; $\widehat{A} = 40^\circ$; $\widehat{C} = 120^\circ$

b. $b = 4,5$; $\widehat{A} = 30^\circ$; $\widehat{C} = 75^\circ$

d. $a = 137,5$; $\widehat{B} = 83^\circ$; $\widehat{C} = 57^\circ$

📁 **Câu 7.** Giải tam giác ABC , biết:

a. $a = 6,3; b = 6,3; \widehat{C} = 54^\circ$

c. $a = 7; b = 23; \widehat{C} = 130^\circ$

b. $b = 32; c = 45; \widehat{A} = 87^\circ$

d. $b = 14; c = 10; \widehat{A} = 145^\circ$

⇒ **Câu 8.** Giải tam giác ABC , biết:

a. $a = 14; b = 18; c = 20$

c. $a = 4; b = 5; c = 7$

b. $a = 6; b = 7,3; c = 4,8$

d. $a = 2\sqrt{3}; b = 2\sqrt{2}; c = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

D BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP SỐ 1

⇒ **Câu 1.** Giá trị của $\tan 60^\circ$ là

Ⓐ $-\sqrt{3}$.

Ⓑ -1 .

Ⓒ 0 .

Ⓓ $\sqrt{3}$.

⇒ **Câu 2.** Cho hai vec-tơ \vec{a} và \vec{b} . Biết $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = \sqrt{3}$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$?

Ⓐ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2\sqrt{3}$.

Ⓑ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\sqrt{3}$.

Ⓒ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ⓓ $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{3}$.

⇒ **Câu 3.** Cho hai vec-tơ \vec{a}, \vec{b} thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa \vec{a} và \vec{b} là

Ⓐ $\alpha = 60^\circ$.

Ⓑ $\alpha = 45^\circ$.

Ⓒ $\alpha = 120^\circ$.

Ⓓ $\alpha = 30^\circ$.

⇒ **Câu 4.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai vec-tơ $\vec{a} = (-3; -3), \vec{b} = (1; 5)$. Khi đó độ dài của $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

Ⓐ 2 .

Ⓑ $2\sqrt{3}$.

Ⓒ $2\sqrt{2}$.

Ⓓ $\sqrt{3}$.

⇒ **Câu 5.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

Ⓐ $\sin 0^\circ + \cos 0^\circ = 1$.

Ⓑ $\sin 60^\circ + \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$.

Ⓒ $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ = 1$.

Ⓓ $\sin 180^\circ + \cos 180^\circ = -1$.

⇒ **Câu 6.** Cho $\vec{a} = (1; -2)$. Với giá trị nào của y thì $\vec{b} = (-3; y)$ vuông góc với \vec{a} ?

Ⓐ $y = 6$.

Ⓑ $y = -6$.

Ⓒ $y = 3$.

Ⓓ $y = -\frac{3}{2}$.

⇒ **Câu 7.** Trong hệ trục tọa độ Oxy , cho $\vec{a} = (1; 6)$ và $\vec{b} = (2; -3)$. Khi đó, giá trị của $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

Ⓐ 16 .

Ⓑ 1 .

Ⓒ -5 .

Ⓓ -16 .

⇒ **Câu 8.** Trong các giá trị sau, $\cos \alpha$ có thể nhận giá trị nào?

Ⓐ $-\sqrt{2}$.

Ⓑ $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Ⓒ $\frac{4}{3}$.

Ⓓ $-\frac{1}{2}$.

⇒ **Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $M(0; -2)$ và $N(1; 3)$. Khoảng cách giữa hai điểm M và N là bao nhiêu?

Ⓐ 2 .

Ⓑ $\sqrt{2}$.

Ⓒ $\sqrt{26}$.

Ⓓ 26 .

⇒ **Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ và $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$. Tìm k để vectơ \vec{u} vuông góc với \vec{v} .

Ⓐ $k = 20$.

Ⓑ $k = -40$.

Ⓒ $k = -20$.

Ⓓ $k = 40$.

⇒ **Câu 11.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào đúng?

Ⓐ $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Ⓑ $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.

Ⓒ $\tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Ⓓ $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

⇒ **Câu 12.** Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Ⓑ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a} \cdot \vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Ⓒ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

Ⓓ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

⇒ **Câu 13.** Cho tam giác ABC vuông tại A và có $\widehat{B} = 60^\circ$. Góc giữa \vec{CA} và \vec{CB} bằng

Ⓐ 60° .

Ⓑ 45° .

Ⓒ 90° .

Ⓓ 30° .

☞ **Câu 14.** Cho α, β là hai góc khác nhau và bù nhau. Trong các đẳng thức sau đây đẳng thức nào sai?

- (A) $\cot \alpha = \cot \beta$. (B) $\sin \alpha = \sin \beta$. (C) $\cos \alpha = -\cos \beta$. (D) $\tan \alpha = -\tan \beta$.

☞ **Câu 15.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-2;1), B(0;2)$. Độ dài của $2\overrightarrow{AB}$ bằng

- (A) $2\sqrt{5}$. (B) $2\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{5}$.

☞ **Câu 16.** Trong các đẳng thức sau đây, đẳng thức nào sai?

- (A) $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$. (B) $\sin(180^\circ - \alpha) = -\sin \alpha$.
(C) $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$. (D) $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$.

☞ **Câu 17.** Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (1;3), \vec{b} = (-2;1)$. Tích vô hướng của hai véc tơ $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là

- (A) 4. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

☞ **Câu 18.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;3;1), B(2;0;-5)$. Tính $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OB}$.

- (A) 36. (B) -12. (C) 12. (D) -36.

☞ **Câu 19.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai vectơ $\vec{a} = (-1;1)$ và $\vec{b} = (2;0)$. Tính cosin của góc giữa hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} .

- (A) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$. (B) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$. (C) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (D) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

☞ **Câu 20.** Cho $\alpha \in (90^\circ; 180^\circ)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- (A) $\tan \alpha < 0$. (B) $\cos \alpha > 0$. (C) $\cot \alpha > 0$. (D) $\sin \alpha < 0$.

☞ **Câu 21.** Cho các véc-tơ $\vec{a} = (1;-2), \vec{b} = (-2;-6)$. Khi đó góc giữa chúng là

- (A) 135° . (B) 60° . (C) 30° . (D) 45° .

☞ **Câu 22.** Cho $A(2;1); B(-1;3)$ và $C(1;1)$. Khi đó $\cos \widehat{BAC}$ bằng

- (A) $\frac{\sqrt{13}}{13}$. (B) $-\frac{3\sqrt{13}}{13}$. (C) $\frac{3\sqrt{13}}{13}$. (D) $\frac{3\sqrt{14}}{14}$.

☞ **Câu 23.** Cho \vec{a} và \vec{b} là hai véc-tơ cùng hướng và đều khác $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

☞ **Câu 24.** Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (2;3), \vec{b} = (4;-1)$. Tích $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- (A) 4. (B) 11. (C) -2. (D) 5.

☞ **Câu 25.** Giá trị của $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ$ bằng bao nhiêu

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) 1.

☞ **Câu 26.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai véc tơ $\vec{a} = (2;3), \vec{b} = (-2;4)$. Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- (A) 8. (B) 6. (C) 12. (D) 3.

☞ **Câu 27.** Với $\sin \alpha = \frac{8}{17}$ và $0 < \alpha < 90^\circ$ ta có

- (A) $\tan \alpha = -\frac{8}{15}$. (B) $\tan \alpha = \frac{15}{8}$. (C) $\cos \alpha = -\frac{15}{17}$. (D) $\cos \alpha = \frac{15}{17}$.

☞ **Câu 28.** Cho biết $\sin \alpha + \cos \alpha = a$. Giá trị của $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ bằng bao nhiêu?

- (A) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{a^2 - 1}{2}$. (B) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = 2a$. (C) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1 - a^2}{2}$. (D) $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = a^2$.

☞ **Câu 29.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(-1;2); B(3;0)$. Tìm tọa độ điểm $M(m-2; m)$ sao cho tam giác ABM cân tại M .

- (A) $M(3;5)$. (B) $M(-1;1)$. (C) $M(5;3)$. (D) $M(-7;-5)$.

☞ **Câu 30.** Cho $\cos x = \frac{-4}{5}$ và góc x thỏa mãn $90^\circ < x < 180^\circ$. Khi đó

- (A) $\cot x = \frac{4}{3}$. (B) $\sin x = \frac{3}{5}$. (C) $\tan x = \frac{4}{5}$. (D) $\sin x = \frac{-3}{5}$.

☞ **Câu 31.** Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$. (B) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$. (C) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$. (D) $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$.

- ⇒ **Câu 32.** Cho tam giác đều ABC cạnh bằng $3a$. Khi đó $|\vec{AB} + \vec{AC}|$ bằng
- (A) $3\sqrt{3}a$. (B) a . (C) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. (D) $2a$.
- ⇒ **Câu 33.** Cho biết $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?
- (A) $P = -\frac{19}{13}$. (B) $P = \frac{19}{13}$. (C) $P = -\frac{25}{13}$. (D) $P = \frac{25}{13}$.
- ⇒ **Câu 34.** Cho tam giác ABC đều cạnh a . Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$?
- (A) $\frac{a^2}{2}$. (B) $\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$. (C) $-\frac{a^2}{2}$. (D) $-\frac{\sqrt{3}a^2}{2}$.
- ⇒ **Câu 35.** Cho hai góc nhọn $\alpha; \beta$ ($\alpha < \beta$). Khẳng định nào sau đây là **sai**?
- (A) $\sin \alpha < \sin \beta$. (B) $\cos \alpha < \cos \beta$. (C) $\tan \alpha + \tan \beta > 0$. (D) $\cot \alpha > \cot \beta$.
- ⇒ **Câu 36.** Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = m$. Giá trị biểu thức $\cot^3 \alpha + \tan^3 \alpha$ bằng
- (A) $3m^3 - m$. (B) $\frac{1}{4}$. (C) $\frac{4\pi}{3}$. (D) $m^3 - 3m$.
- ⇒ **Câu 37.** Cho $A(2;5), B(1;3), C(5;-1)$. Tìm tọa độ điểm K sao cho $\vec{AK} = 3\vec{BC} + 2\vec{CK}$.
- (A) $K(-4;5)$. (B) $K(-4;-5)$. (C) $K(4;-5)$. (D) $K(-4;5)$.
- ⇒ **Câu 38.** Biểu thức $\frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng
- (A) $\tan 2\alpha$. (B) $\cot 2\alpha$. (C) $\cos 2\alpha$. (D) $\sin 2\alpha$.
- ⇒ **Câu 39.** Cho hai điểm $A(1;-1), B(4;4)$, độ dài đoạn thẳng AB bằng
- (A) $AB = 5$. (B) $AB = 3\sqrt{2}$. (C) $AB = \sqrt{34}$. (D) $AB = 4$.
- ⇒ **Câu 40.** Cho tam giác ABC với độ dài ba cạnh là $AB = 5a, AC = 8\sqrt{2}a, BC = 7a$.
Tính $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$.
- (A) $76a$. (B) 76 . (C) $-76a^2$. (D) $76a^2$.
- ⇒ **Câu 41.** Cho hai véc-tơ \vec{a}, \vec{b} có $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2a$ và góc giữa hai véc-tơ đó bằng 45° . Khi đó $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng
- (A) $a^2\sqrt{2}$. (B) $2a^2\sqrt{2}$. (C) $2a^2$. (D) $4a^2\sqrt{2}$.
- ⇒ **Câu 42.** Cho hai véc-tơ \vec{a}, \vec{b} sao cho $|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{b}| = 2$ và hai véc-tơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}; \vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} .
- (A) 30° . (B) 60° . (C) 120° . (D) 90° .
- ⇒ **Câu 43.** Cho tam giác vuông cân ABC tại B , góc giữa hai véc-tơ \vec{AB} và \vec{CA} là
- (A) 135° . (B) 60° . (C) 45° . (D) 90° .
- ⇒ **Câu 44.** Cho tam giác ABC vuông cân tại A có $BC = a\sqrt{2}$. Tính $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$
- (A) $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. (B) $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = a^2$. (C) $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = a$. (D) $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = a\sqrt{2}$.
- ⇒ **Câu 45.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai véc-tơ $\vec{u}(3;4)$ và $\vec{v}(-8;6)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?
- (A) $|\vec{u}| = |\vec{v}|$. (B) \vec{u} vuông góc với \vec{v} .
(C) \vec{u} và \vec{v} cùng phương. (D) $\vec{u} = -\vec{v}$.
- ⇒ **Câu 46.** Cho tam giác đều ABC . Tính $P = \cos(\vec{AB}, \vec{BC}) + \cos(\vec{BC}, \vec{CA}) + \cos(\vec{CA}, \vec{AB})$.
- (A) $P = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. (B) $P = \frac{3}{2}$. (C) $P = -\frac{3}{2}$. (D) $P = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$.
- ⇒ **Câu 47.** Các cặp đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?
- (A) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ và $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. (B) $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ và $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$.
(C) $\sin \alpha = 1$ và $\cos \alpha = 1$. (D) $\sin \alpha = \sqrt{3}$ và $\cos \alpha = 0$.
- ⇒ **Câu 48.** Cho tam giác vuông ABC với $A(-4;4), B(-1;-2), C(5;1)$, diện tích S của tam giác ABC là
- (A) $S = 22,5$. (B) $S = 18$. (C) $S = 27$. (D) $S = 45$.

- Câu 49.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(-2;4)$, $B(8;4)$. Có mấy điểm C trên Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C ?
- (A) 4. (B) 1. (C) 3. (D) 2.
- Câu 50.** Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (5; -6)$, $\vec{b} = (3; -4)$. Tính kết quả của biểu thức $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là
- (A) 9. (B) 39. (C) -9. (D) -39.
- Câu 51.** Cho hai điểm $A(-2; -2)$, $B(2; 6)$, có bao nhiêu điểm M nằm trên trục hoành sao cho tam giác MAB là tam giác vuông
- (A) 4. (B) 3. (C) 1. (D) 2.
- Câu 52.** Trong mặt phẳng Oxy , cho $A(0; -3)$; $B(2; 5)$; $C(4; -3)$. Gọi $H(x; y)$ là toạ độ trực tâm của tam giác ABC . Khi đó giá trị của $x + 2y$ bằng
- (A) -2. (B) 2. (C) -3. (D) 3.
- Câu 53.** Cho tam giác đều ABC cạnh bằng $2a$. Khi đó $|\vec{AB} + \vec{AC}|$ bằng
- (A) $2a$. (B) $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. (C) a . (D) $2\sqrt{3}a$.
- Câu 54.** Cho góc α thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ và $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$. Tính $\cos \alpha$.
- (A) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. (B) $\cos \alpha = \frac{3}{5}$. (C) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. (D) $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$.
- Câu 55.** Trong mặt phẳng Oxy cho $A(3; 4)$ và $B(1; 0)$. Toạ độ của các điểm N trên trục Oy để $\triangle ABN$ vuông tại N là
- (A) $(0; 1)$, $(0; 4)$. (B) $(0; 1)$, $(0; 5)$. (C) $(0; 0)$, $(0; 3)$. (D) $(0; 1)$, $(0; 3)$.
- Câu 56.** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-1; 2)$, $B(\frac{9}{2}; 3)$. Tìm toạ độ điểm C trên trục Ox sao cho tam giác ABC vuông tại C và C có toạ độ nguyên.
- (A) $(-3; 0)$. (B) $(0; -3)$. (C) $(0; 3)$. (D) $(3; 0)$.
- Câu 57.** Cho hai véc-tơ $\vec{a} = (4; 3)$ và $\vec{b} = (1; 7)$. Số đo góc α giữa hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} bằng
- (A) 60° . (B) 90° . (C) 30° . (D) 45° .
- Câu 58.** Cho hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} biết $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
- (A) $\alpha = 0^\circ$. (B) $\alpha = 180^\circ$. (C) $\alpha = 90^\circ$. (D) $\alpha = 45^\circ$.
- Câu 59.** Cho hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} khác $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai véc-tơ \vec{a} và \vec{b} biết rằng $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$
- (A) $\alpha = 45^\circ$. (B) $\alpha = 90^\circ$. (C) $\alpha = 180^\circ$. (D) $\alpha = 0^\circ$.
- Câu 60.** Cho hình bình hành $ABCD$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$, $\widehat{BAD} = 60^\circ$. Điểm K thuộc cạnh AD thỏa mãn $\vec{AK} = -2\vec{DK}$. Tính tích vô hướng $\vec{BK} \cdot \vec{AC}$.
- (A) 0. (B) $3a^2$. (C) a^2 . (D) $6a^2$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. C	4. C	5. B	6. D	7. D	8. D	9. C	10. B
11. C	12. D	13. D	14. A	15. A	16. B	17. D	18. A	19. D	20. A
21. D	22. C	23. D	24. D	25. C	26. A	27. D	28. A	29. A	30. B
31. D	32. A	33. B	34. C	35. B	36. D	37. A	38. A	39. C	40. D
41. B	42. D	43. A	44. B	45. B	46. C	47. A	48. A	49. D	50. B
51. A	52. C	53. D	54. A	55. D	56. D	57. D	58. B	59. C	60. C

BÀI TẬP SỐ 2

➤ **Câu 1.** Cho tam giác ABC , công thức nào sau đây **đúng**?

(A) $m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} + \frac{a^2}{4}$. (B) $m_a^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4}$. (C) $m_a^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$. (D) $m_a^2 = \frac{c^2 + b^2}{2} - \frac{a^2}{4}$.

➤ **Câu 2.** Cho tam giác ABC có ba cạnh $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

(A) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sin A$. (B) $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \sin A$.
(C) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$. (D) $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$.

➤ **Câu 3.** Tam giác ABC có $AB = 5$, $BC = 7$, $CA = 8$. Số đo góc \hat{A} bằng

(A) 90° . (B) 45° . (C) 60° . (D) 30° .

➤ **Câu 4.** Cho tam giác ABC có $BC = 10$ và góc $\hat{A} = 30^\circ$. Bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng

(A) 5. (B) $\frac{10}{\sqrt{3}}$. (C) 10. (D) $10\sqrt{3}$.

➤ **Câu 5.** Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a = 6$ cm, $AC = b = 7$ cm, $AB = c = 5$ cm. Tính $\cos B$.

(A) $\cos B = \frac{1}{5}$. (B) $\cos B = \frac{19}{35}$. (C) $\cos B = \frac{1}{15}$. (D) $\cos B = \frac{5}{7}$.

➤ **Câu 6.** Cho tam giác ABC với độ dài các cạnh lần lượt là 13, 14, 15. Diện tích của tam giác bằng

(A) 42. (B) $\sqrt{84}$. (C) $\sqrt{42}$. (D) 84.

➤ **Câu 7.** Cho tam giác ABC vuông tại A , biết $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm và M là trung điểm BC . Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

(A) $R = \frac{25}{6}$ cm. (B) $R = 5$ cm. (C) $R = \frac{25}{8}$ cm. (D) $R = \frac{25}{16}$ cm.

➤ **Câu 8.** Cho tam giác ABC bất kỳ có $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Đẳng thức nào **sai**?

(A) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$. (B) $c^2 = b^2 + a^2 + 2ab \cos C$.
(C) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$. (D) $c^2 = b^2 + a^2 - 2ab \cos C$.

➤ **Câu 9.** Tam giác ABC có $AB = 6$ cm, $AC = 8$ cm và $BC = 10$ cm. Độ dài đường trung tuyến xuất phát từ đỉnh A của tam giác bằng

(A) 7 cm. (B) $\sqrt{3}$ cm. (C) 5 cm. (D) 4 cm.

➤ **Câu 10.** Trong tam giác ABC , mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos A$. (B) $a^2 = b^2 + c^2 - ac \cdot \cos B$.
(C) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$. (D) $a^2 = b^2 + c^2 + bc \cdot \cos A$.

➤ **Câu 11.** Trong tam giác ABC có góc $A = 60^\circ$, $AC = 10$, $AB = 6$. Khi đó, độ dài cạnh BC là

(A) 76. (B) $6\sqrt{2}$. (C) $2\sqrt{19}$. (D) 14.

➤ **Câu 12.** Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $AB = 2$, $BC = 3$, $AC = 4$. Tính độ dài trung tuyến MA , với M là trung điểm của BC .

(A) $\frac{\sqrt{31}}{4}$. (B) $\sqrt{\frac{23}{2}}$. (C) $\frac{\sqrt{31}}{2}$. (D) $\sqrt{\frac{5}{2}}$.

➤ **Câu 13.** Cho $\triangle ABC$ có $\hat{A} = 90^\circ$ và đường cao AH . Biết $AB = 5$ cm; $BC = 13$ cm. Khi đó độ dài CH bằng

(A) $\frac{12}{13}$ cm. (B) $\frac{5}{13}$ cm. (C) $\frac{25}{13}$ cm. (D) $\frac{144}{13}$ cm.

➤ **Câu 14.** Tam giác với ba cạnh là 3, 4, 5. Hỏi bán kính đường tròn nội tiếp tam giác đó bằng bao nhiêu?

(A) 1. (B) $\sqrt{2}$. (C) $\sqrt{3}$. (D) 2.

➤ **Câu 15.** Cho tam giác ABC có $A = 30^\circ$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác có độ dài là 3. Chọn kết quả đúng:

(A) $BC = 3\sqrt{3}$. (B) $BC = 5$. (C) $BC = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. (D) $BC = 3$.

☞ **Câu 16.** Tam giác ABC có $BC = 10$ và $\hat{A} = 30^\circ$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- (A) $R = 10\sqrt{3}$. (B) $R = 5$. (C) $R = \frac{10}{\sqrt{3}}$. (D) $R = 10$.

☞ **Câu 17.** Cho tam giác ABC có $a = 4, b = 3, \hat{C} = 60^\circ$. Tính độ dài cạnh c .

- (A) $c = \sqrt{13}$. (B) $c = \sqrt{25 + 12\sqrt{3}}$. (C) $c = 13$. (D) $c = 5$.

☞ **Câu 18.** Cho tam giác ABC , xác định biểu thức đúng

- (A) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$. (B) $b^2 = a^2 + c^2 - ac \cos B$.
(C) $b^2 = a^2 + c^2 - 2ab \cos B$. (D) $b^2 = a^2 + c^2 + 2ac \cos B$.

☞ **Câu 19.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A, đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 20km/h , tàu thứ hai chạy với vận tốc 30km/h . Hỏi sau 3 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km?

- (A) $35\sqrt{7}\text{km}$. (B) $20\sqrt{7}\text{km}$. (C) $30\sqrt{7}\text{km}$. (D) $10\sqrt{7}\text{km}$.

☞ **Câu 20.** Tam giác ABC có $AC = 6, AB = 4, \cos B = \frac{1}{8}, \cos C = \frac{3}{4}$. Tính độ dài cạnh BC .

- (A) 5. (B) 7. (C) 2. (D) $3\sqrt{3}$.

☞ **Câu 21.** Tam giác ABC có tổng hai góc B và C bằng 135° và độ dài cạnh BC bằng a . Tính bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- (A) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. (B) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. (C) $a\sqrt{2}$. (D) $a\sqrt{3}$.

☞ **Câu 22.** Cho tam giác ABC nhọn có $AB = \sqrt{2}, AC = \sqrt{3}$ và $\hat{C} = 45^\circ$. Tính độ dài cạnh BC .

- (A) $BC = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$. (B) $BC = \sqrt{5}$. (C) $BC = \sqrt{6}$. (D) $BC = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2}$.

☞ **Câu 23.** Cho tam giác ABC . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) $a^2 = b^2 + c^2 + 2bc \cos A$. (B) $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{bc}$.
(C) $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. (D) $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \sin A$.

☞ **Câu 24.** Tam giác ABC vuông tại A, có $AB = AC = a$. Điểm M nằm trên cạnh BC sao cho $BM = \frac{BC}{3}$. Tính độ dài AM.

- (A) $\frac{2a\sqrt{2}}{3}$. (B) $\frac{2a}{3}$. (C) $\frac{a\sqrt{5}}{3}$. (D) $\frac{a\sqrt{17}}{3}$.

☞ **Câu 25.** Cho tam giác ABC có $a = 3, b = 4, c = 5$. Gọi h_c là độ dài đường cao kẻ từ đỉnh C. Chọn kết quả đúng trong các kết quả sau

- (A) $h_c = 2,4$. (B) $h_c = 4,2$. (C) $h_c = 1,2$. (D) $h_c = 4,6$.

☞ **Câu 26.** Cho tam giác ABC có $a = 8, b = 10$, góc C bằng 60° . Độ dài cạnh c là?

- (A) $c = 3\sqrt{21}$. (B) $c = 2\sqrt{21}$. (C) $c = 2\sqrt{11}$. (D) $c = 7\sqrt{2}$.

☞ **Câu 27.** Cho tam giác ABC vuông tại A, góc B bằng 30° . Khẳng định nào sau đây là sai?

- (A) $\sin B = \frac{1}{2}$. (B) $\cos C = \frac{1}{2}$. (C) $\cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$. (D) $\sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

☞ **Câu 28.** Cho tam giác nhọn ABC có $a = 3, b = 4$ và diện tích $S = 3\sqrt{3}$. Tính bán kính R của đường tròn ngoại tiếp tam giác đó.

- (A) $R = \frac{\sqrt{39}}{3}$. (B) $R = \frac{\sqrt{13}}{3}$. (C) $R = \frac{2}{3}$. (D) $R = \frac{\sqrt{3}}{13}$.

☞ **Câu 29.** Cho tam giác ABC , xác định mệnh đề sai.

- (A) $\frac{a}{\sin A} = R$. (B) $\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin B}{b}$. (C) $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$. (D) $\frac{c}{\sin C} = 2R$.

☞ **Câu 30.** Tam giác có ba cạnh lần lượt là 3, 8, 9. Góc lớn nhất của tam giác đó có cosin bằng bao nhiêu?

- Ⓐ $\frac{1}{6}$. Ⓑ $-\frac{4}{25}$. Ⓒ $-\frac{1}{6}$. Ⓓ $\frac{\sqrt{17}}{4}$.

⇒ **Câu 31.** Tính góc C của tam giác ABC biết $c^2 = a^2 + b^2 + ab$.

- Ⓐ $C = 60^\circ$. Ⓑ $C = 150^\circ$. Ⓒ $C = 120^\circ$. Ⓓ $C = 30^\circ$.

⇒ **Câu 32.** Tam giác ABC có $AC = 9$, $AB = 5$ và đường trung tuyến $AM = 6$. Tính độ dài cạnh BC .

- Ⓐ $\sqrt{17}$. Ⓑ $\sqrt{129}$. Ⓒ $2\sqrt{17}$. Ⓓ 22.

⇒ **Câu 33.** Tam giác ABC có $AB = 3$, $BC = 8$, $\widehat{B} = 60^\circ$. Độ dài cạnh AC bằng bao nhiêu?

- Ⓐ 49. Ⓑ $\sqrt{67}$. Ⓒ 7. Ⓓ $\sqrt{97}$.

⇒ **Câu 34.** Cho tam giác ABC có ba cạnh $a = 5$, $b = 6$, $c = 7$. Tính cosin góc A .

- Ⓐ $\frac{10}{7}$. Ⓑ $\frac{5}{7}$. Ⓒ $\frac{55}{42}$. Ⓓ $\frac{2}{21}$.

⇒ **Câu 35.** Tam giác ABC có $\widehat{B} = 45^\circ$, $\widehat{C} = 30^\circ$, $AC = 2$. Độ dài cạnh AB là

- Ⓐ $1 + \sqrt{3}$. Ⓑ $\sqrt{2}$. Ⓒ $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. Ⓓ $2\sqrt{2}$.

⇒ **Câu 36.** Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC có ba cạnh là 13, 14, 15.

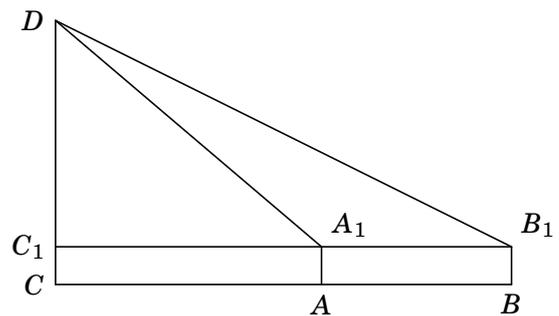
- Ⓐ $\sqrt{2}$. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

⇒ **Câu 37.** Cho tam giác ABC có $BC = 16,8$; $B = 56^\circ 13'$; $C = 71^\circ$. Độ dài cạnh AB (lấy gần đúng đến chữ số thập phân đầu tiên) bằng

- Ⓐ 17,5. Ⓑ 14,1. Ⓒ 19,9. Ⓓ 29,9.

⇒ **Câu 38.**

Muốn đo chiều cao của tháp chàm Por Klong Garai ở Ninh Thuận người ta lấy hai điểm A và B trên mặt đất có khoảng cách $AB = 12$ m cùng thẳng hàng với chân C của tháp để đặt hai giác kế. Chân của giác kế có chiều cao $h = 1,3$ m. Gọi D là đỉnh tháp và hai điểm A_1, B_1 cùng thẳng hàng với C_1 thuộc chiều cao CD của tháp. Người ta đo được góc $\widehat{DA_1C_1} = 49^\circ$ và $\widehat{DB_1C_1} = 35^\circ$. Tính chiều cao CD của tháp.

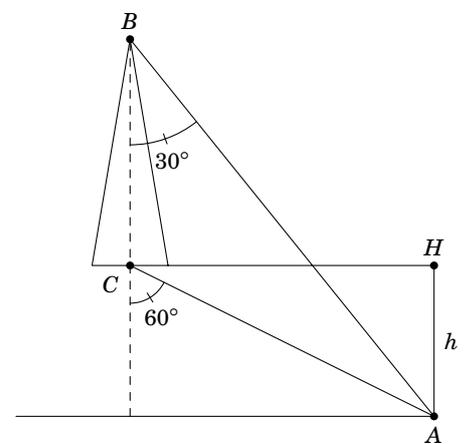


- Ⓐ 20,47 m. Ⓑ 21,77 m.
Ⓒ 21,47 m. Ⓓ 22,77 m.

⇒ **Câu 39.**

Trên ngọn đồi có một cái tháp cao 100 m (hình vẽ). Đỉnh tháp B và chân tháp C lần lượt nhìn điểm A ở chân đồi dưới các góc tương ứng bằng 30° và 60° so với phương thẳng đứng. Tính chiều cao AH của ngọn đồi.

- Ⓐ 55 m. Ⓑ 45 m. Ⓒ 50 m. Ⓓ 60 m.



⇒ **Câu 40.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí A , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc 60° . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ 30km/h , tàu thứ hai chạy với tốc độ 40km/h . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu km ?

- Ⓐ $15\sqrt{13}$. Ⓑ $10\sqrt{13}$. Ⓒ 13. Ⓓ $20\sqrt{13}$.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. D	2. C	3. C	4. C	5. A	6. D	7. B	8. B	9. C	10. C
11. C	12. C	13. D	14. A	15. D	16. D	17. A	18. A	19. C	20. A
21. B	22. D	23. C	24. C	25. A	26. B	27. C	28. A	29. A	30. C
31. C	32. C	33. C	34. B	35. B	36. B	37. C	38. D	39. C	40. D

ÔN TẬP HỌC KÌ I

1 ĐỀ SỐ 1

➤ **Câu 1.** Trong các câu sau đây, câu nào không phải là mệnh đề?

- (A) Mông Cổ là một nước thuộc Châu Âu. (B) Dơi là một loài chim.
(C) Bạn có học chăm không?. (D) Hà Nội là thủ đô của Việt Nam.

➤ **Câu 2.** Trong các tập hợp sau đây, tập hợp nào có đúng một phần tử?

- (A) $\{x; y\}$. (B) $\{x\}$. (C) $\{x; \emptyset\}$. (D) \emptyset .

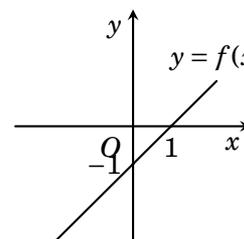
➤ **Câu 3.** Tập hợp $[-3; 1) \cap [0; 4]$ bằng tập hợp nào sau đây?

- (A) $(0; 1)$. (B) $[0; 1)$. (C) $(0; 1]$. (D) $[0; 1]$.

➤ **Câu 4.**

Đồ thị sau đây biểu diễn hàm số nào?

- (A) $f(x) = -x + 1$. (B) $f(x) = -x - 1$. (C) $f(x) = x + 1$. (D) $f(x) = x - 1$.



➤ **Câu 5.** Cho $(P): y = x^2 - 2x + 2$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- (A) (P) có đỉnh $I(1; 1)$. (B) (P) nhận đường thẳng $x = 1$ làm trục đối xứng.
(C) (P) có đồ thị quay bề lõm xuống dưới. (D) (P) đi qua điểm $(-2; 10)$.

➤ **Câu 6.** Cho phương trình: $x^2 + x = 0$ (1). Phương trình nào tương đương với phương trình (1).

- (A) $x(x + 1) = 0$. (B) $x + 1 = 0$. (C) $x^2 + (x + 1)^2 = 0$. (D) $x = 0$.

➤ **Câu 7.** Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi:

- (A) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$. (B) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. (C) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. (D) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

➤ **Câu 8.** Chọn khẳng định đúng trong các hệ thức sau:

- (A) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. (B) $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$. (C) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. (D) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$.

➤ **Câu 9.** Cho ΔABC với trung tuyến AM và trọng tâm G . Khi đó

- (A) $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{GM}$. (B) $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$. (C) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$. (D) $\overrightarrow{AG} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

➤ **Câu 10.** Cho điểm $A(x_A; y_A)$, $B(x_B; y_B)$. Khi đó tọa độ véctơ \overrightarrow{AB} bằng:

- (A) $(x_A - x_B; y_A - y_B)$. (B) $(x_B - x_A; y_B - y_A)$. (C) $(y_A - y_B; x_A - x_B)$. (D) $(x_B - x_A + y_B - y_A)$.

➤ **Câu 11.** Trong các mệnh đề sau đây, mệnh đề nào sai?

- (A) $A \subset A$. (B) $\emptyset \subset A$. (C) $A \in \emptyset$. (D) $\emptyset \subset \emptyset$.

➤ **Câu 12.** Phủ định của mệnh đề " $\exists x \in \mathbb{R}: x > x^2$ " là mệnh đề nào sau đây?

- (A) $\exists x \in \mathbb{R}: x < x^2$. (B) $\forall x \in \mathbb{R}: x \leq x^2$. (C) $\exists x \in \mathbb{R}: x \leq x^2$. (D) $\forall x \in \mathbb{R}: x < x^2$.

➤ **Câu 13.** Cho tập $A \neq \emptyset$. Trong các mệnh đề sau. Tìm mệnh đề sai?

- (A) $A \cap A = A$. (B) $A \cap \emptyset = A$. (C) $A \cap \emptyset = \emptyset$. (D) $\emptyset \cap \emptyset = \emptyset$.

➤ **Câu 14.** Trong các tập hợp sau, tập hợp nào là tập hợp rỗng?

- (A) $\{x \in \mathbb{N} / |x| < 1\}$. (B) $\{x \in \mathbb{Z} / 6x^2 - 7x + 1 = 0\}$.
(C) $\{x \in \mathbb{Q} / x^2 - 4x + 2 = 0\}$. (D) $\{x \in \mathbb{R} / x^2 - 4x + 3 = 0\}$.

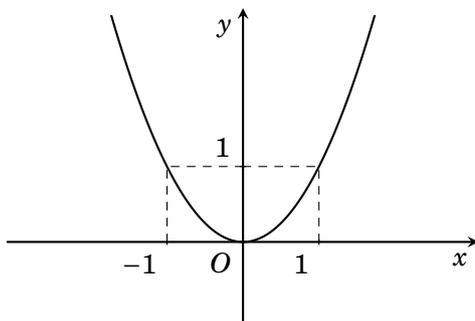
➤ **Câu 15.** Cho hàm số $y = x^2 - 2x + 3$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- (A) y tăng trên khoảng $(0; +\infty)$. (B) y giảm trên khoảng $(-\infty; 2)$.
(C) Đồ thị của y có đỉnh $(1; 0)$. (D) y tăng trên khoảng $(2; +\infty)$.

➤ **Câu 16.** Hàm số $y = 4x - x^2$ có sự biến thiên trong khoảng $(2; +\infty)$ là:

- (A) Tăng. (B) Giảm.
(C) Vừa tăng vừa giảm. (D) Không tăng không giảm.

➤ **Câu 17.** Đồ thị hàm số sau biểu diễn đồ thị hàm số nào?



- (A) $y = 2x^2$. (B) $y = x^2$. (C) $y = -x^2$. (D) $y = \frac{1}{2}x^2$.

➤ **Câu 18.** Cho $(P): y = x^2 - 6x + 4$. Trong các điểm sau điểm nào không thuộc đồ thị (P) ?

- (A) $M(0; 4)$. (B) $M(-1; 11)$. (C) $M(2; -4)$. (D) $M(3; 6)$.

➤ **Câu 19.** Phương trình sau có bao nhiêu nghiệm $|x| = -x$?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

➤ **Câu 20.** Nghiệm của phương trình $\sqrt{2x-1} = \sqrt{3-x}$ là:

- (A) $x = \frac{3}{4}$. (B) $x = \frac{2}{3}$. (C) $x = \frac{4}{3}$. (D) $x = \frac{3}{2}$.

➤ **Câu 21.** Cho phương trình $|2x-4| + |x-1| = 0$ (1) có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

➤ **Câu 22.** Cho phương trình: $x^2 - 3x + 2 = 0$ (1). Biết rằng $x_1 = 1$. Hỏi x_2 bằng bao nhiêu?

- (A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 0.

➤ **Câu 23.** Nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ 2x - y - 3 = 0 \end{cases}$ là:

- (A) $(2; 1)$. (B) $(1; 2)$. (C) $(-2; -1)$. (D) $(-1; -2)$.

➤ **Câu 24.** Cho 3 điểm phân biệt A, B, C . Có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$ được tạo thành có điểm đầu và điểm cuối từ các điểm đó?

- (A) 3. (B) 4. (C) 6. (D) 5.

➤ **Câu 25.** Cho hình bình hành $ABCD$ tâm O . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai?

- (A) $\vec{AB} = \vec{CD}$. (B) $\vec{AD} = \vec{BC}$. (C) $\vec{AO} = \vec{OC}$. (D) $\vec{OD} = \vec{BO}$.

➤ **Câu 26.** Cho tam giác ABC vuông cân tại C , Xét các mệnh đề sau:

(I): $|\vec{CA}| = |\vec{CB}|$.

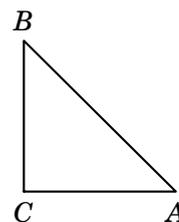
(II): $\vec{CA} = \vec{CB}$.

(III): $AC = BC$.

(IV): $\widehat{ACB} = 90^\circ$.

Số mệnh đề đúng là:

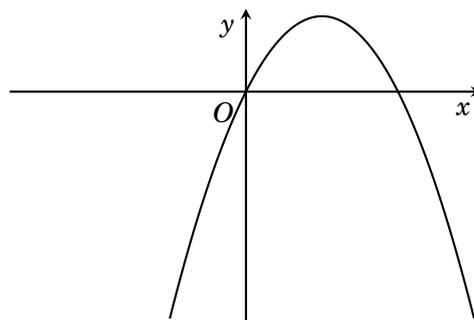
- (A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.



➤ **Câu 27.** Cho hình vuông $ABCD$, có M là giao điểm của hai đường chéo. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai?

- (A) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$. (B) $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$.
(C) $\vec{AB} + \vec{BC} = 2\vec{BM}$. (D) $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{MC} + \vec{MD}$.

- ⇒ **Câu 28.** Cho điểm $A(2;1)$, $B(3;0)$. Khi đó tọa độ \overrightarrow{AB} bằng:
 (A) $(1;-1)$. (B) $(1;1)$. (C) $(5;1)$. (D) $(6;0)$.
- ⇒ **Câu 29.** Cho điểm $A(2;1)$, $B(3;0)$. Khi đó tọa độ A' đối xứng với A qua điểm B bằng:
 (A) $(4;-1)$. (B) $(1;2)$. (C) $(\frac{5}{2}; \frac{1}{2})$. (D) $(1;-1)$.
- ⇒ **Câu 30.** Cho ba vecto $\vec{a} = (3, -1)$, $\vec{b} = (1, -2)$, $\vec{c} = (-1, 7)$. $\vec{u} = \vec{a} - 2\vec{b} + 3\vec{c}$ có tọa độ là
 (A) $(-2; 24)$. (B) $(-2; 18)$. (C) $(3; 24)$. (D) $(3; 4)$.
- ⇒ **Câu 31.** Cho hai tập hợp: $X = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ là bội số của } 4 \text{ và } 6\}$ và $Y = \{n \in \mathbb{N} | n \text{ là bội số của } 12\}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai?
 (A) $X \subset Y$. (B) $Y \subset X$. (C) $X = Y$. (D) $\exists n : n \in X \text{ và } n \notin Y$
- ⇒ **Câu 32.** Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}$ là:
 (A) $[-1; +\infty)$. (B) $[-2; +\infty)$. (C) $[-3; +\infty)$. (D) $[0; +\infty)$.
- ⇒ **Câu 33.** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $(1;-3)$ và $(2;7)$ là:
 (A) $y = x - 4$. (B) $y = 3x - 6$. (C) $y = 10x - 13$. (D) $y = 2x + 3$.
- ⇒ **Câu 34.** Tìm m để phương trình sau có nghiệm $(m-1)x - 2 = 0$
 (A) $m = 1$. (B) $m = -1$. (C) $m = 0$. (D) $m \neq 1$.
- ⇒ **Câu 35.** Gọi $(x_0; y_0)$ là cặp nghiệm của hệ: $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 2y = 7 \end{cases}$. Tính $\frac{x_0}{y_0}$ bằng:
 (A) $\frac{x_0}{y_0} = \frac{-3}{2}$. (B) $\frac{x_0}{y_0} = 3$. (C) $\frac{x_0}{y_0} = \frac{1}{3}$. (D) $\frac{x_0}{y_0} = 1$.
- ⇒ **Câu 36.** Cho tập hợp $A = \{1; 2; a\}$, $B = \{1; 2; a; b; x; y\}$. Hỏi có bao nhiêu tập hợp X thỏa $A \subset X \subset B$?
 (A) 8. (B) 7. (C) 6. (D) 2^n .
- ⇒ **Câu 37.** Để hàm số: $y = f(x) = \sqrt{x^2 - 3mx + 4}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ thì m phải là:
 (A) $|m| < \frac{4}{3}$. (B) $|m| \leq \frac{4}{3}$. (C) $|m| > \frac{4}{3}$. (D) $|m| \geq \frac{4}{3}$.
- ⇒ **Câu 38.** Tìm điều kiện của m để phương trình: $x^2 - m^2x - 2m = 0$ có nghiệm bằng -1 ?
 (A) $m = 1$. (B) $m = 0$. (C) $m = -1$. (D) $m = \emptyset$.
- ⇒ **Câu 39.** Gọi G và G' lần lượt là trọng tâm tam giác ABC và $A'B'C'$. Tìm x sao cho: $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = x\overrightarrow{GG'}$.
 (A) $x = 0$. (B) $x = 1$. (C) $x = \frac{1}{3}$. (D) $x = 3$.
- ⇒ **Câu 40.** Cho ΔABC có $A(4;9)$, $B(3;7)$, $C(x-1; y)$. Để $G(x; y+6)$ là trọng tâm ΔABC thì giá trị x và y là:
 (A) $x = 3, y = 1$. (B) $x = -3, y = -1$. (C) $x = -3, y = 1$. (D) $x = 3, y = -1$.
- ⇒ **Câu 41.** Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) có hệ số a là:



- (A) $a > 0$. (B) $a < 0$. (C) $a = 1$. (D) $a = 2$.

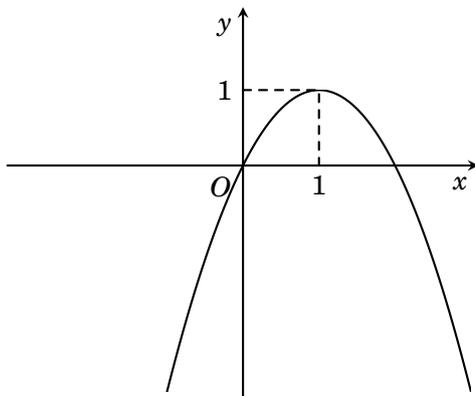
📁 **Câu 42.** Hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a > 0)$ đồng biến trong khoảng nào sau đây?

- Ⓐ $(-\infty; -\frac{b}{2a})$. Ⓑ $(-\frac{b}{2a}; +\infty)$. Ⓒ $(-\frac{\Delta}{4a}; +\infty)$. Ⓓ $(-\infty; -\frac{\Delta}{4a})$.

📁 **Câu 43.** Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$ là đường thẳng nào dưới đây.

- Ⓐ $x = -\frac{b}{2a}$. Ⓑ $x = -\frac{c}{2a}$. Ⓒ $x = -\frac{\Delta}{4a}$. Ⓓ Không có.

📁 **Câu 44.** Đồ thị sau là của hàm số nào



- Ⓐ $y = x^2 - 2x$. Ⓑ $y = -x^2 - 2x + 1$. Ⓒ $y = x^2 + 2x + 1$. Ⓓ $y = -x^2 + 2x$.

📁 **Câu 45.** Hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 1 - x$ với $(P): y = x^2 - 2x + 1$ là:

- Ⓐ $x = 0; x = 1$. Ⓑ $x = 1$. Ⓒ $x = 0; x = 2$. Ⓓ $x = 0$.

📁 **Câu 46.** Cho $(P): y = x^2 + bx + 1$ đi qua điểm $A(-1; 3)$. Khi đó:

- Ⓐ $b = -1$. Ⓑ $b = 1$. Ⓒ $b = 3$. Ⓓ $b = -2$.

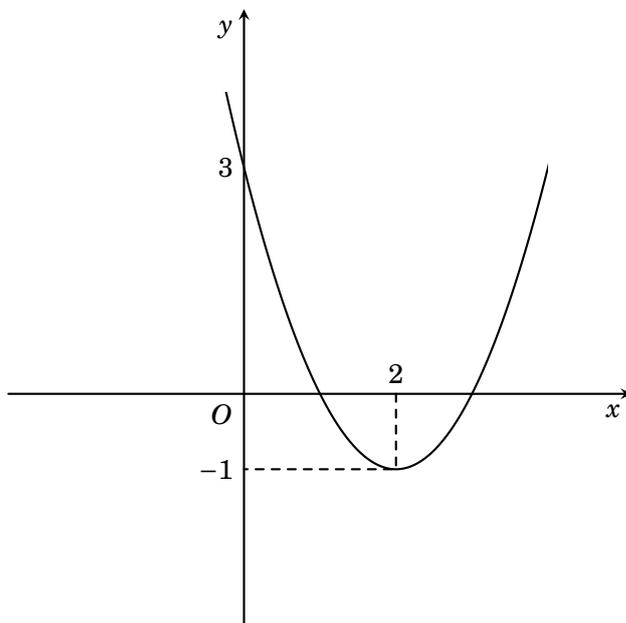
📁 **Câu 47.** Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên \mathbb{R} .

- Ⓐ $m = 1$. Ⓑ $m = 2$. Ⓒ $m = -2$. Ⓓ $m = -1$.

📁 **Câu 48.** Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2; 1)$. Tính tổng $S = a + c$.

- Ⓐ $S = 5$. Ⓑ $S = -5$. Ⓒ $S = 4$. Ⓓ $S = 1$.

📁 **Câu 49.** Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.



- Ⓐ $m = 3$. Ⓑ $m > 3$. Ⓒ $m = 2$. Ⓓ $-2 < m < 2$.

📁 **Câu 50.** Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{2}$.

Ⓐ $m = 7$.

Ⓑ $m = -7$.

Ⓒ $m = -1; m = -7$.

Ⓓ $m = -1$.

📁 **BẢNG ĐÁP ÁN** 📁

1. C	2. B	3. B	4. D	5. C	6. A	7. B	8. D	9. C	10. B
11. C	12. B	13. B	14. C	15. D	16. B	17. B	18. D	19. D	20. C
21. A	22. A	23. A	24. C	25. A	26. C	27. D	28. A	29. A	30. A
31. D	32. A	33. C	34. D	35. B	36. A	37. B	38. A	39. D	40. D
41. B	42. B	43. A	44. D	45. A	46. A	47. B	48. B	49. A	50. C

2 ĐỀ SỐ 2

☛ **Câu 1.** Cho tập hợp $A = [-\sqrt{3}; \sqrt{5})$. Tập hợp $C_{\mathbb{R}}A$ bằng

- (A) $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup (\sqrt{5}; +\infty)$. (B) $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{5}; +\infty)$.
 (C) $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{5}; +\infty)$. (D) $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup [\sqrt{5}; +\infty)$.

☛ **Câu 2.** Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- (A) “ $\exists x \mid x^2 + 3 = 0$ ”. (B) “ $\exists x \mid x^4 + 3x^2 + 2 = 0$ ”.
 (C) “ $\forall x \in \mathbb{Z} \mid x^5 > x^2$ ”. (D) “ $\forall n \in \mathbb{N} \mid (2n + 1)^2 - 1 : 4$ ”.

☛ **Câu 3.** Cho $A = \{x \in \mathbb{N}^*, x < 10, x : 3\}$. Trong các khẳng định sau đây khẳng định nào đúng?

- (A) A có 4 phần tử. (B) A có 3 phần tử. (C) A có 5 phần tử. (D) A có 2 phần tử.

☛ **Câu 4.** Tập $(-\infty; -3) \cap [-5; 2)$ bằng

- (A) $[-5; -3)$. (B) $(-\infty; -5]$. (C) $(-\infty; -2)$. (D) $(-3; -2)$.

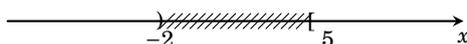
☛ **Câu 5.** Cho tập hợp $A = \{a, b, c, d\}$. Tập hợp A có bao nhiêu tập hợp con?

- (A) 15. (B) 12. (C) 16. (D) 10.

☛ **Câu 6.** Cho mệnh đề $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$. Hỏi mệnh đề nào là mệnh đề phủ định của mệnh đề trên?

- (A) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$. (B) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$. (C) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$. (D) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \leq 0$.

☛ **Câu 7.** Hình vẽ sau đây (phần không bị gạch) là biểu diễn của tập hợp nào?

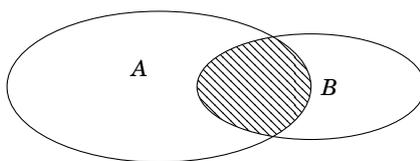


- (A) $(-\infty; -2) \cup [5; +\infty)$. (B) $(-\infty; -2) \cup (5; +\infty)$. (C) $(-\infty; -2] \cup (5; +\infty)$. (D) $(-\infty; -2] \cup [5; +\infty)$.

☛ **Câu 8.** Cho định lí “Nếu hai tam giác bằng nhau thì diện tích chúng bằng nhau”. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- (A) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần để diện tích chúng bằng nhau.
 (B) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện cần và đủ để chúng có diện tích bằng nhau.
 (C) Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện đủ để chúng bằng nhau.
 (D) Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để diện tích chúng bằng nhau.

☛ **Câu 9.** Cho A, B là hai tập hợp bất kì. Phần gạch sọc trong hình vẽ bên dưới là tập hợp nào sau đây?



- (A) $A \cup B$. (B) $B \setminus A$. (C) $A \setminus B$. (D) $A \cap B$.

☛ **Câu 10.** Cho parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ có trục đối xứng là đường thẳng $x = 1$. Khi đó $4a + 2b$ bằng

- (A) -1. (B) 0. (C) 1. (D) 2.

☛ **Câu 11.** Hàm số $f(x) = ax - \sqrt{1 - a}$ đồng biến trên \mathbb{R} khi và chỉ khi

- (A) $0 < a < 1$. (B) $a < 1$. (C) $0 < a \leq 1$. (D) $a > 0$.

☛ **Câu 12.** Hàm số $y = -x^2 + 6x + 5$ có

- (A) giá trị nhỏ nhất khi $x = 3$. (B) giá trị lớn nhất khi $x = 3$.
 (C) giá trị lớn nhất khi $x = -3$. (D) giá trị nhỏ nhất khi $x = -3$.

☛ **Câu 13.** Biết đường thẳng $d : y = mx$ cắt Parabol (P) : $y = x^2 - x + 1$ tại hai điểm phân biệt A, B. Khi đó tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- (A) $I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{m^2+m}{2}\right)$. (B) $I\left(\frac{1+m}{2}; \frac{-m^2-2m+3}{4}\right)$.
 (C) $I\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. (D) $I\left(\frac{1}{2}; \frac{m}{2}\right)$.

⇒ **Câu 14.** Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$, ($a \neq 0$) đạt cực tiểu bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P = abc$.

- Ⓐ $P = -6$. Ⓑ $P = -3$. Ⓒ $P = 6$. Ⓓ $P = \frac{3}{2}$.

⇒ **Câu 15.** Cho hàm số: $f(x) = \begin{cases} -2(x-3) & \text{khi } -1 \leq x \leq 1 \\ \sqrt{x^2-1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$. Giá trị của $f(-1)$ và $f(1)$ lần lượt là

- Ⓐ 8 và 0. Ⓑ 0 và 8. Ⓒ 0 và 0. Ⓓ 8 và 4.

⇒ **Câu 16.** Cho hàm số $y = \begin{cases} -2x+1 & \text{khi } x \leq -3 \\ \frac{x+7}{2} & \text{khi } x > -3 \end{cases}$. Biết $f(x_0) = 5$ thì x_0 là

- Ⓐ -2. Ⓑ 3. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

⇒ **Câu 17.** Phương trình của Parabol có đỉnh $I(0; -1)$ và đi qua điểm $A(2;3)$ là

- Ⓐ $y = (x-1)^2$. Ⓑ $y = x^2 + 1$. Ⓒ $y = (x+1)^2$. Ⓓ $y = x^2 - 1$.

⇒ **Câu 18.** Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = 2x+3$ cắt parabol $y = x^2 + (m+2)x - m$ tại hai điểm phân biệt nằm cùng phía với trục tung Oy .

- Ⓐ $m > -3$. Ⓑ $m < -3$. Ⓒ $m > 3$. Ⓓ $m < 0$.

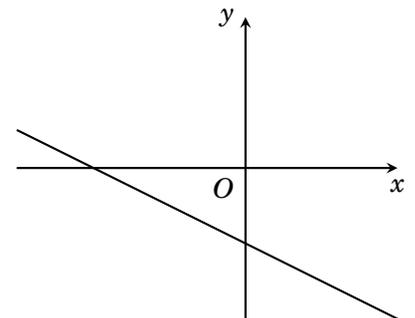
⇒ **Câu 19.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{x+1}}{x^2 - 5x + 6}$ là

- Ⓐ $[-1;3) \setminus \{2\}$. Ⓑ $[-1;2]$. Ⓒ $[-1;3]$. Ⓓ $(2;3)$.

⇒ **Câu 20.**

Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

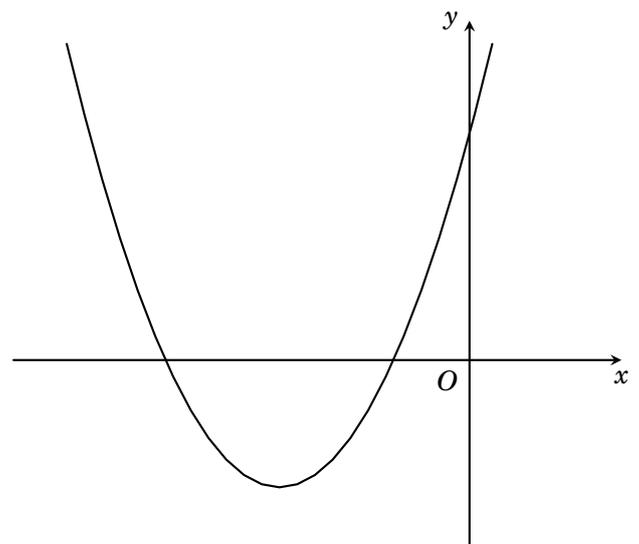
- Ⓐ $a < 0, b < 0$. Ⓑ $a > 0, b > 0$. Ⓒ $a < 0, b > 0$. Ⓓ $a > 0, b < 0$.



⇒ **Câu 21.**

Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- Ⓐ $a > 0, b = 0, c > 0$. Ⓑ $a > 0, b > 0, c > 0$.
 Ⓒ $a > 0, b < 0, c > 0$. Ⓓ $a < 0, b > 0, c > 0$.



⇒ **Câu 22.** Tìm m để Parabol $(P): y = x^2 - 2(m+1)x + m^2 - 3$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1 \cdot x_2 = 1$.

- Ⓐ $m = 2$. Ⓑ Không tồn tại m . Ⓒ $m = -2$. Ⓓ $m = \pm 2$.

⇒ **Câu 23.** Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{x-3} + \sqrt{x-1}$ là

- A $D = (3; +\infty)$.
 B $D = (1; +\infty) \setminus \{3\}$.
 C $D = [3; +\infty)$.
 D $D = [1; +\infty) \setminus \{3\}$.

📁 **Câu 24.** Tìm m để Parabol $(P): y = mx^2 - 2x + 3$ có trục đối xứng đi qua điểm $A(2; 3)$.

- A $m = 2$.
 B $m = -1$.
 C $m = 1$.
 D $m = \frac{1}{2}$.

📁 **Câu 25.** Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-1} + \sqrt{x-2} = \sqrt{x-3}$ là

- A $x > 3$.
 B $x \geq 2$.
 C $x \geq 1$.
 D $x \geq 3$.

📁 **Câu 26.** Tập hợp các giá trị của m để phương trình $x^2 + mx - m + 1 = 0$ có hai nghiệm trái dấu là

- A $(1; 10)$.
 B $[1; +\infty)$.
 C $(1; +\infty)$.
 D $(-2 + \sqrt{8}; +\infty)$.

📁 **Câu 27.** Biết phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 . Khi đó

- A $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{a}{b} \\ x_1 x_2 = \frac{a}{c} \end{cases}$.
 B $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$.
 C $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{2a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{2a} \end{cases}$.
 D $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} \end{cases}$.

📁 **Câu 28.** Giá trị $x \geq 2$ là điều kiện của phương trình nào sau đây?

- A $x + \frac{1}{x-2} = 2x - 1$.
 B $x + \frac{1}{x} + \sqrt{x-2} = 0$.
 C $x + \frac{1}{4-x} = \sqrt{x-2}$.
 D $x + \frac{1}{\sqrt{x-2}} = 0$.

📁 **Câu 29.** Tìm nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y + 3 = 0 \\ -x + 4y = 2 \end{cases}$.

- A $(x; y) = (2; 1)$.
 B $(x; y) = \left(\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$.
 C $(x; y) = \left(-\frac{10}{7}; \frac{1}{7}\right)$.
 D $(x; y) = (-2; -1)$.

📁 **Câu 30.** Điều kiện xác định của phương trình $\frac{\sqrt{x+4}}{x^2-1} = \frac{2}{\sqrt{3-x}}$ là

- A $x \in (-4; +\infty)$.
 B $x \in [-4; 3) \setminus \{\pm 1\}$.
 C $x \in (-\infty; 3)$.
 D $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.

📁 **Câu 31.** Phương trình $(x^2 - 6x)\sqrt{17-x^2} = x^2 - 6x$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

- A 2.
 B 1.
 C 4.
 D 5.

📁 **Câu 32.** Cho phương trình $(m+1)^2 x + 1 = (7m-5)x + m$. Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình đã cho vô nghiệm là

- A $m = 2$
 B $m = 3$.
 C $m = 1$.
 D $m = 2$.

📁 **Câu 33.** Một học sinh tiến hành giải phương trình $\sqrt{5x+6} = x-6$ như sau:

Bước 1. Điều kiện $5x+6 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -\frac{6}{5}$.

Bước 2. Phương trình đã cho tương đương với

$$5x+6 = (x-6)^2 \Leftrightarrow x^2 - 17x + 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 15 \end{cases}$$

Bước 3. Đối chiếu điều kiện, thấy cả 2 nghiệm thỏa mãn nên phương trình có nghiệm $x = 2, x = 15$.

Lời giải của học sinh trên

- A Sai từ bước 3.
 B Đúng.
 C Sai từ bước 1.
 D Sai từ bước 2.

📁 **Câu 34.** Tập tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 2mx + 3m - 2 = 0$ có nghiệm là

- A $(1; 2)$.
 B $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$.
 C $[1; 2]$.
 D $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

📁 **Câu 35.** Phương trình $|x^2 + 2x - 3| = x + 5$ có tổng các nghiệm nguyên là

- A -2.
 B -3.
 C -1.
 D -4.

📁 **Câu 36.** Phương trình $x^4 - 2mx^2 + (2m-1) = 0$ (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

- A $m > \frac{1}{2}$.
 B $m > \frac{1}{2}$ và $m \neq 1$.
 C $\forall m \in \mathbb{R}$.
 D $m > 1$.

➤ **Câu 37.** Điều kiện xác định của phương trình $x + \frac{1}{\sqrt{2x+4}} = \frac{\sqrt{3-2x}}{x}$ là

- (A) $x > -2$ và $x < \frac{3}{2}$. (B) $-2 \leq x \leq \frac{3}{2}$. (C) $x > -2$ và $x \neq 0$. (D) $\begin{cases} -2 < x \leq \frac{3}{2} \\ x \neq 0 \end{cases}$.

➤ **Câu 38.** Số các nghiệm nguyên của phương trình $x(x+5) = 2\sqrt[3]{x^2+5x-2} - 2$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

➤ **Câu 39.** Phương trình $|2x-4| - 2x + 4 = 0$ có bao nhiêu nghiệm?

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

➤ **Câu 40.** Số nghiệm nguyên dương của phương trình $\sqrt{x-1} = x-3$ là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

➤ **Câu 41.** Gọi x_1, x_2 là các nghiệm phương trình $4x^2 - 7x - 1 = 0$. Khi đó giá trị của biểu thức $M = x_1^2 + x_2^2$ là

- (A) $M = \frac{41}{16}$. (B) $M = \frac{41}{64}$. (C) $M = \frac{57}{16}$. (D) $M = \frac{81}{64}$.

➤ **Câu 42.** Cho phương trình $x^3 - mx^2 - 4x + 4m = 0$ (1). Tìm m để (1) có đúng hai nghiệm

- (A) $m = 2$. (B) $m = -2$. (C) $m \in \{2; -2\}$. (D) $m = 0$.

➤ **Câu 43.** Gọi n là số các giá trị của tham số m để phương trình $mx + 2 = 2m^2x + 4m$ vô nghiệm. Thế thì n là

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) Vô số.

➤ **Câu 44.** Để giải phương trình $|x-2| = 2x-3$ (1), một học sinh đã lập luận như sau:

I. Bình phương 2 vế: (1) $\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 4x^2 - 12x + 9$ (2)

II. $\Leftrightarrow 3x^2 - 8x + 5 = 0$ (3)

III. $\Leftrightarrow x = 1 \vee x = \frac{5}{3}$.

IV. Vậy (1) có hai nghiệm $x_1 = 1$ và $x_2 = \frac{5}{3}$

Cách giải trên sai từ bước nào?

- (A) (IV). (B) (II). (C) (III). (D) (I).

➤ **Câu 45.** Tổng các nghiệm của phương trình $\sqrt{3x+7} - \sqrt{x+1} = 2$ là

- (A) 2. (B) 1. (C) -2. (D) 4.

➤ **Câu 46.** Hai bạn Vân và Lan đi mua trái cây. Vân mua 10 quả quýt, 7 quả cam với giá tiền là 17800. Lan mua 12 quả quýt, 6 quả cam hết 18000. Hỏi giá tiền mỗi quả quýt, quả cam là bao nhiêu?

- (A) Quýt 1400, cam 800. (B) Quýt 700, cam 200. (C) Quýt 800, cam 1400. (D) Quýt 600, cam 800.

➤ **Câu 47.** Tìm điều kiện của tham số m để hệ phương trình $\begin{cases} mx - y = m \\ -x + my = -1 \end{cases}$ có nghiệm duy nhất.

- (A) $m = \pm 1$. (B) $m \neq -1$. (C) $m \neq 1$. (D) $m \neq \pm 1$.

➤ **Câu 48.** Tìm giá trị của tham số m để phương trình $mx + 2 + m^2 = m^2x + 3m$ vô nghiệm.

- (A) $m = 2$. (B) $m = 0$. (C) $m = \frac{1}{2}$. (D) $m = 1$.

➤ **Câu 49.** Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + 2mx - m - 1 = 0$ có nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 = 2$.

- (A) $\begin{cases} m = \frac{-1}{2} \\ m = 0 \end{cases}$. (B) $m = 0$. (C) $m = \frac{-1}{2}$. (D) $\begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = 0 \end{cases}$.

➤ **Câu 50.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(1;2)$ và $B(3;4)$. Điểm $P\left(\frac{a}{b};0\right)$ (với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản) trên trục hoành thỏa mãn tổng khoảng cách từ P tới hai điểm A và B là nhỏ nhất. Tính $S = a + b$.

Ⓐ $S = -2$.

Ⓑ $S = 8$.

Ⓒ $S = 7$.

Ⓓ $S = 4$.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. D	2. D	3. B	4. A	5. C	6. C	7. A	8. D	9. D	10. B
11. C	12. B	13. A	14. A	15. A	16. B	17. D	18. B	19. A	20. A
21. B	22. A	23. D	24. D	25. D	26. C	27. C	28. B	29. C	30. B
31. D	32. A	33. D	34. B	35. B	36. B	37. D	38. C	39. D	40. B
41. C	42. C	43. B	44. D	45. A	46. C	47. D	48. B	49. A	50. B

3 ĐỀ SỐ 3

⇒ **Câu 1.** Cho hàm số $y = x^2 - 2\left(m + \frac{1}{m}\right)x + m$ ($m > 0$) xác định trên $[-1; 1]$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 1]$ lần lượt là y_1, y_2 thỏa mãn $y_1 - y_2 = 8$. Khi đó giá trị của m bằng

(A) $m = 1$. (B) $m \in \emptyset$. (C) $m = 2$. (D) $m = 1, m = 2$.

⇒ **Câu 2.** Lớp 10A có 7 học sinh giỏi Toán, 5 học sinh giỏi Lý, 6 học sinh giỏi Hoá, 3 học sinh giỏi cả Toán và Lý, 4 học sinh giỏi cả Toán và Hoá, 2 học sinh giỏi cả Lý và Hoá, 1 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hoá. Số học sinh giỏi ít nhất một môn (Toán, Lý, Hoá) của lớp 10A là

(A) 9. (B) 18. (C) 10. (D) 28.

⇒ **Câu 3.** Cho $A = \{x \in \mathbb{R} \mid mx - 3 = mx - 3\}, B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 4 = 0\}$. Tìm m để $B \setminus A = B$

(A) $-\frac{3}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}$. (B) $m < \frac{3}{2}$. (C) $-\frac{3}{2} < m < \frac{3}{2}$. (D) $m \geq -\frac{3}{2}$.

⇒ **Câu 4.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(-4; 0)$ và $B(0; 3)$. Xác định tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{AB}$

(A) $\vec{u} = (-8; -6)$. (B) $\vec{u} = (8; 6)$. (C) $\vec{u} = (-4; -3)$. (D) $\vec{u} = (4; 3)$.

⇒ **Câu 5.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(3; -1), B(-1; 2)$ và $I(1; -1)$. Tìm tọa độ điểm C để I là trọng tâm tam giác ABC .

(A) $C(1; -4)$. (B) $C(1; 0)$. (C) $C(1; 4)$. (D) $C(9; -4)$.

⇒ **Câu 6.** Cho tam giác ABC với $A(-2; 3), B(4; -1)$, trọng tâm của tam giác là $G(2; -1)$. Tọa độ đỉnh C là

(A) $(6; -4)$. (B) $(6; -3)$. (C) $(4; -5)$. (D) $(2; 1)$.

⇒ **Câu 7.** Cho tam giác ABC có trọng tâm G . Khi đó:

(A) $\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$. (B) $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AC}$. (C) $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$. (D) $\vec{AG} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{AC}$.

⇒ **Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai điểm $A(3; -5), B(1; 7)$. Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là

(A) $I(2; -1)$. (B) $I(-2; 12)$. (C) $I(4; 2)$. (D) $I(2; 1)$.

⇒ **Câu 9.** Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình bình hành $ABCD$. Đẳng thức nào sau sai?

(A) $\vec{BA} = \vec{CD}$. (B) $|\vec{AB}| = |\vec{CD}|$. (C) $\vec{OA} = \vec{OC}$. (D) $\vec{AO} = \vec{OC}$.

⇒ **Câu 10.** Cho tam giác ABC và điểm I thỏa mãn $\vec{IA} = -2\vec{IB}$. Biểu diễn \vec{IC} theo các vectơ \vec{AB}, \vec{AC} .

(A) $\vec{IC} = -2\vec{AB} + \vec{AC}$. (B) $\vec{IC} = 2\vec{AB} + \vec{AC}$. (C) $\vec{IC} = -\frac{2}{3}\vec{AB} + \vec{AC}$. (D) $\vec{IC} = \frac{2}{3}\vec{AB} + \vec{AC}$.

⇒ **Câu 11.** Cho tam giác OAB vuông cân tại O , cạnh $OA = 4$. Tính $|\vec{2OA} - \vec{OB}|$.

(A) $|\vec{2OA} - \vec{OB}| = 4$. (B) Đáp án khác. (C) $|\vec{2OA} - \vec{OB}| = 12$. (D) $|\vec{2OA} - \vec{OB}| = 4\sqrt{5}$.

⇒ **Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $A(-2; 5), B(2; 2), C(10; -5)$. Tìm điểm $E(m; 1)$ sao cho tứ giác $ABCE$ là hình thang có một đáy là CE .

(A) $E(-2; 1)$. (B) $E(0; 1)$. (C) $E(2; 1)$. (D) $E(-1; 1)$.

⇒ **Câu 13.** Cho hình vuông $ABCD$ tâm O cạnh a . Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $2MA^2 + MB^2 + 2MC^2 + MD^2 = 9a^2$ là một đường tròn. Bán kính của đường tròn đó là

(A) $R = 2a$. (B) $R = 3a$. (C) $R = a$. (D) $R = a\sqrt{2}$.

⇒ **Câu 14.** Cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của OA và CD . Biết $\vec{MN} = a\vec{AB} + b\vec{AD}$. Tính $a + b$.

(A) $a + b = 1$. (B) $a + b = \frac{1}{2}$. (C) $a + b = \frac{3}{4}$. (D) $a + b = \frac{1}{4}$.

⇒ **Câu 15.** Cho ΔABC . Gọi M, N là các điểm thỏa mãn: $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}, 2\vec{NA} + 3\vec{NC} = \vec{0}$ và $\vec{BC} = k\vec{BP}$. Tìm k để ba điểm M, N, P thẳng hàng.

(A) $k = \frac{1}{3}$. (B) $k = 3$. (C) $k = \frac{2}{3}$. (D) $k = \frac{3}{5}$.

☛ **Câu 16.** Cho hai véc to \vec{a} và \vec{b} thỏa mãn các điều kiện $|\vec{a}| = \frac{1}{2}|\vec{b}| = 1, |\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{15}$. Đặt $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$ và $\vec{v} = 2k\vec{a} - \vec{b}, k \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của k sao cho $(\vec{u}, \vec{v}) = 60^\circ$.

- (A) $k = 4 + \frac{3\sqrt{5}}{2}$. (B) $k = 4 \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}$. (C) $k = 5 + \frac{\sqrt{17}}{2}$. (D) $k = 5 \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$.

☛ **Câu 17.** Cho tứ giác $ABCD$, trên cạnh AB, CD lấy lần lượt các điểm M, N sao cho $3\vec{AM} = 2\vec{AB}$ và $3\vec{DN} = 2\vec{DC}$. Tính vecto \vec{MN} theo hai vecto \vec{AD}, \vec{BC} .

- (A) $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{BC}$. (B) $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AD} - \frac{2}{3}\vec{BC}$. (C) $\vec{MN} = \frac{1}{3}\vec{AD} + \frac{2}{3}\vec{BC}$. (D) $\vec{MN} = \frac{2}{3}\vec{AD} + \frac{1}{3}\vec{BC}$.

☛ **Câu 18.** Trong hệ tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -3), B(3; -4)$. Tìm tọa độ điểm M trên trục hoành sao cho chu vi tam giác AMB nhỏ nhất.

- (A) $M\left(\frac{18}{7}; 0\right)$. (B) $M(4; 0)$. (C) $M(3; 0)$. (D) $M\left(\frac{17}{7}; 0\right)$.

☛ **Câu 19.** Cho $M(-1; -2), N(3; 2), P(4; -1)$. Tìm E trên Ox sao cho $|\vec{EM} + \vec{EN} + \vec{EP}|$ nhỏ nhất.

- (A) $E(4; 0)$. (B) $E(3; 0)$. (C) $E(1; 0)$. (D) $E(2; 0)$.

☛ **Câu 20.** Cho hai véc-to $\vec{a} = (-1; 1); \vec{b} = (2; 0)$. Góc giữa hai vécto \vec{a}, \vec{b} là

- (A) 45° . (B) 60° . (C) 90° . (D) 135° .

☛ **Câu 21.** Cho hai vecto \vec{a} và \vec{b} đều khác $\vec{0}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- (A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. (B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.
(C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$. (D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin(\vec{a}, \vec{b})$.

☛ **Câu 22.** Trong mặt phẳng Oxy cho $\vec{a} = (2; 3), \vec{b} = (4; -1)$ Tích $\vec{a}\vec{b}$ bằng

- (A) 11. (B) 5. (C) 4. (D) -2.

☛ **Câu 23.** Cho hình thang vuông $ABCD$ có đáy lớn $AB = 4a$, đáy nhỏ $CD = 2a$, đường cao $AD = 3a; I$ là trung điểm của AD . Khi đó $(\vec{IA} + \vec{IB}) \cdot \vec{ID}$ bằng

- (A) $\frac{9a^2}{2}$. (B) $-\frac{9a^2}{2}$. (C) 0. (D) $9a^2$.

☛ **Câu 24.** Cho hình bình hành $ABCD$ có tọa độ tâm $I(3; 2)$ và hai đỉnh $B(-1; 3); C(8; -1)$. Tìm tọa độ hai đỉnh A, D .

- (A) $A(7; 1), D(-2; 5)$. (B) $A(-2; 5), D(7; 1)$. (C) $A(7; 5), D(-2; 1)$. (D) $A(-2; 1), D(7; 5)$.

☛ **Câu 25.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho ba điểm $M(2; -3), N(-1; 2), P(3; -2)$. Gọi Q là điểm thoả $\vec{QP} + \vec{QN} - 4\vec{MQ} = \vec{0}$. Tìm tọa độ điểm Q .

- (A) $Q\left(-\frac{5}{3}; 2\right)$. (B) $Q\left(\frac{5}{3}; -2\right)$. (C) $Q\left(\frac{3}{5}; 2\right)$. (D) $Q\left(\frac{3}{5}; -2\right)$.

☛ **Câu 26.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tam giác ABC biết $A(1; 3), B(-2; -2), C(3; 1)$. Tính cosin góc A của tam giác.

- (A) $\cos A = \frac{2}{\sqrt{17}}$. (B) $\cos A = \frac{1}{\sqrt{17}}$. (C) $\cos A = -\frac{2}{\sqrt{17}}$. (D) $\cos A = -\frac{1}{\sqrt{17}}$.

☛ **Câu 27.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $A(1; 1), B(2; -2), M \in Oy$ và $MA = MB$. Khi đó tọa độ điểm M là

- (A) $(0; 1)$. (B) $(-1; 1)$. (C) $(1; -1)$. (D) $(0; -1)$.

☛ **Câu 28.** Cho \vec{a}, \vec{b} có $(\vec{a} + 2\vec{b})$ vuông góc với vecto $(5\vec{a} - 4\vec{b})$ và $|\vec{a}| = |\vec{b}|$. Khi đó:

- (A) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. (B) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 90^\circ$. (C) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. (D) $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$.

📖 BẢNG ĐÁP ÁN 📖

1. A	2. C	3. C	4. B	5. A	6. D	7. B	8. D	9. A	10. C
11. C	12. C	13. C	14. A	15. A	16. A	17. C	18. D	19. D	20. D
21. B	22. B	23. B	24. A	25. A	26. B	27. B	28. D		

TRƯỜNG THPT PHÙNG KHẮC KHOAN - ĐỒNG ĐA



**Địa chỉ: 85 Lương Đình Cửa, Phường Phương Mai, Quận Đống Đa, Hà Nội.
Điện thoại: 024 6654 5282 * Email: c3phungkhackhoan@gmail.com**